DIAGNÓSTICO ASISTIDO POR COMPUTADORA: UN *SHELL* PARA SISTEMAS EXPERTOS DIFUSOS.

Autor: Claude E. Hendrick R.

...

El presente Trabajo se fundamenta en el desarrollo de un *shell* que permite implementar sistemas expertos basados en la lógica difusa y destinados a facilitar los procesos de diagnóstico en situaciones complejas y de incertidumbre. Los problemas de diagnóstico tienden a volverse complejos por el incremento de la información que debe ser analizada, por la ausencia de relaciones precisas entre causas y efectos, y por la dificultad de verificar alteraciones en sistemas avanzados y en seres vivientes, por lo que es una necesidad creciente disponer de sistemas que provean soluciones eficientes para la solución de estos problemas, que son comunes a diversas ciencias entre ellas las de la salud y la ingeniería.

El énfasis de este trabajo está en el diseño, programación e integración de las principales técnicas y métodos utilizados en el desarrollo de sistemas expertos y procesos de inferencia para razonamientos aproximados, por lo se plantean situaciones propias de la programación de computadores, análisis y diseño de sistemas, bases de datos, probabilidades, inferencia estadística, documentación de sistemas, entre otras disciplinas

...

Palabras Claves:

Diagnóstico automatizado, problemas de diagnóstico, lógica difusa, reglas de inferencia, sistema experto difuso, *fuzzy shell*, *expert system*.

INTRODUCCIÓN

Las últimas décadas sea han caracterizado por un creciente uso de la tecnología para la automatización de procesos que requieren tomas de decisiones complejas, por eso se habla cada vez más de soluciones inteligentes. La masificación y evolución de la computación no se ha limitado al mejoramiento del *hardware* en términos de eficiencia, reducción de costos y tamaños, más bien se trata del desarrollo simultaneo de nuevas tecnologías y de aplicaciones que las justifican, las hacen factibles y rentables.

Los sistemas expertos constituyen el área de investigación más fecunda de la inteligencia artificial, sus logros han sido notables en diversas actividades del quehacer humano, sin embargo quedan muchas expectativas no satisfechas, entre esas el disponer de herramientas que permitan la eficaz automatización de los procesos de diagnóstico requeridos en diversas actividades y ciencias.

...

Capítulo 1

EL PROBLEMA

Muchos sistemas expertos han sido desarrollados para usos específicos, por lo que no es fácil su implementación en otras áreas de conocimiento, por el mismo hecho de tener un campo de aplicación muy restringido estos sistemas resultan costosos de adquirir, cuando están disponibles en forma comercial. Además, el uso de complejas reglas sintácticas, dificulta el aprendizaje y posterior uso de algunos de ellos. Los problemas de diagnóstico no se limitan a las ciencias exactas, por lo que es necesario

que los sistemas empleados para facilitar la solución de dichos problemas, sean capaces de funcionar con conocimiento aproximado o incompleto, característica que no está presente en buena parte de los sistemas expertos de diagnóstico.

1.1. Planteamiento del Problema

En distintas ciencias y áreas de especialización existe una creciente necesidad de realizar diagnósticos precisos y oportunos, pues surgen problemas en los cuales se deben detectar fallas o alteraciones para su posterior solución. Los sistemas expertos de diagnóstico ayudan a preservar y ampliar la disponibilidad del conocimiento especializado aplicable en esos casos. Se planteó el desarrollo de un *shell* que facilite la implementación de esos sistemas expertos, y se recurrió a la lógica difusa para hacer más efectiva la representación del conocimiento impreciso, que suele estar presente en los problemas de diagnóstico. Con la implementación de los sistemas expertos, se busca propiciar el trabajo ordenado y metódico, contribuyendo a la eficiencia de los procesos, además, la sistematización del conocimiento facilita el análisis y comprensión de los problemas, y da la posibilidad de disponer de los recursos necesarios para su satisfactoria solución.

1.2. Justificación de la Investigación

Los sistemas expertos constituyen una importante área de investigación dentro de las ciencias de la computación, generalmente, se orientan a resolver problemas complejos y/o de profundo impacto para la sociedad, constituyéndose en uno de los pilares fundamentales de la inteligencia artificial. Por su parte la lógica difusa, ha demostrado ser exitosa en la automatización de ciertos procesos, aun cuando su desarrollo ha estado acompañado de polémicas acerca de su originalidad, aplicabilidad e interdependencia de la probabilidad y las matemáticas en general. En ambos casos, se trata de temas vigentes y relevantes para la formación de los profesionales de la computación, tanto a nivel de pre-grado como de postgrado, pero la investigación aquí expuesta no se limita a la revisión de la literatura existente o al seguimiento de una

metodología preestablecida para obtener un resultado, sino que conjuga aspectos teóricos y prácticos para ofrecer soluciones a problemas de la medicina, veterinaria, agricultura, e ingeniería entre otras ciencias.

1.3. Objetivo General

Diseñar y programar un *shell* para implementar sistemas expertos basados en lógica difusa, para resolver problemas de diagnóstico.

1.4. Objetivos Específicos

- Diseñar y programar los componentes del sistema o *shell*:
 - La base de conocimientos, para almacenar las reglas lógicas de decisión y el conocimiento expresado por los especialistas en procesos de diagnóstico.
 - La base de hechos, que contendrá las características de los problemas de diagnóstico introducidos a los sistemas, es decir, sus valores, signos, síntomas.
 - El motor de inferencia, el cual debe relacionar de forma lógica antecedentes y consecuentes para encontrar soluciones que satisfagan las condiciones establecidas y el ordenamiento de posibles diagnósticos, incorporando mecanismos de inferencia basados en la lógica difusa.
 - Las rutinas para definir variables lingüísticas, etiquetas y funciones de pertenencia (según las fórmulas más usuales: triangular, trapezoidal, Gauss, campana generalizada) para las variables difusas.
 - Las rutinas para el control de acceso por usuario, manejo de errores, mantenimiento de la información, menú, diálogo con el usuario, etc.
- Validar los resultados mediante la reproducción de procesos de diagnóstico comprobados, y verificar el funcionamiento general del sistema.
- Documentar los programas que conforman el sistema, y redactar los manuales que faciliten su operación, mantenimiento y actualización.

1.5. Limitaciones y Alcance

Seguidamente se exponen algunas características y limitaciones asociadas al *shell* propuesto y desarrollado:

- El sistema hace sugerencias, cada usuario es responsable del uso que se haga de las mismas. El *shell* y los sistemas en él definidos deben ser entendidos como una ayuda para resolver problemas de diagnóstico, no como un reemplazo de las facultades humanas, ni como atenuante de la capacitación requerida para el desempeño de profesiones u oficios.
- El sistema propuesto está pensado para encontrar soluciones en un conjunto limitado de posibilidades, y siempre en función de la información previamente registrada.
- Se incluyen algunos datos a manera de ejemplo, para ilustrar el funcionamiento del *shell*, no pretendiéndose afirmar en ningún caso que el sistema cubre esas áreas de especialización o que el autor posee conocimientos sobre esos tópicos.
- El sistema sólo contempla la interacción manual y directa con los usuarios, es decir, no posee la capacidad de controlar mecanismos o dispositivos externos, ni de capturar datos en forma automática a través de ellos.
- La utilidad del sistema depende de la cantidad y calidad de la información que le sea suministrada. La capacidad de funcionar con información aproximada o incompleta, no implica que la precisión de los resultados no se vea afectada, o que se acepten sin consecuencias contradicciones y falsas vinculaciones.
- El software está diseñado para ser utilizado en computadores dotados del sistema operativo Windows® de Microsoft, y en la versión inicial presentada con fines académicos y didácticos no se contempla su uso en redes.
- La capacidad del *shell* para resolver problemas, se refiere a situaciones de diagnóstico de sencilla o mediana complejidad, en las cuales los criterios de decisión sean susceptibles de ser expresados por medio de reglas lógicas.

- El tipo de funciones de pertenencia para caracterizar valores difusos, y las operaciones permitidas, se limitan a las formas más usuales pues se trata de buscar soluciones aproximadas.
- El carácter general del sistema propuesto, se refiere a la capacidad de ser empleado en diferentes áreas del quehacer humano, al suministrársele los datos y parámetros correspondientes, no así a su idoneidad o aplicabilidad a cualquier tipo de problemas de identificación de fallas o diagnóstico.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

El capítulo comienza con una breve exposición de la necesidad e importancia de los procesos de diagnóstico, luego se hace una revisión de las principales técnicas empleadas en la automatización de dichos procesos, se ha procurado mostrar las ventajas y desventajas de cada enfoque, así como un resumen de sus aspectos operativos. Se hace mención del origen y evolución de la inteligencia artificial, los sistemas expertos y sus aplicaciones, mostrándose a manera de ejemplo algunos sistemas, que por razones históricas o de popularidad y difusión de uso, resultan importantes como referencia de la evolución y éxito de estas aplicaciones. Posteriormente, se exponen las bases conceptuales que sustentan el desarrollo de este Trabajo. Se define el tipo de conocimientos que se puede integrar en los sistemas expertos, se describen las causas de incertidumbre, y sus consecuencias. Se continúa con los aspectos lógicos del razonamiento, la lógica difusa, y concluye con una descripción general de los sistemas expertos.

2.1. La necesidad de Diagnosticar

Diagnosis es una palabra derivada del griego *διάγνωσι* (conocimiento), y se refiere a identificar o reconocer una enfermedad a partir de sus signos, y a la descripción de características diferenciales de una cierta clase, especie o género. Diagnóstico, palabra derivada del griego *διαγνωστικός*, se refiere al acto de conocer la naturaleza de una enfermedad mediante la observación de sus síntomas y signos. La aplicación de estos conceptos se ha ampliado, y se usa el término diagnosticar para referirse a la identificación de alteraciones en el funcionamiento de un sistema o modelo a partir de un conjunto de manifestaciones, signos y síntomas, es decir, es una forma de clasificación de ciertos grupos de conceptos.

No se pretende aquí juzgar la capacidad del personal médico, hombres y mujeres, que generalmente hacen su mejor esfuerzo en pro de la comunidad, por el contrario se desea destacar lo complejo de su actividad profesional y la necesidad de buscar posibles soluciones que hagan más efectiva su labor. Con respecto al diagnóstico en la práctica médica, resultan bastante elocuentes los siguientes extractos tomados del texto de Medicina Interna de los doctores Farreras y Rozman [Farreras, Rozman, 1996]. Comienza el Dr. C. Rozman la sección dedicada al diagnóstico y sus principios generales de la siguiente forma:

Una de las facetas más importantes y difíciles del quehacer médico diario es el diagnóstico. Dicho proceso comienza por una cuidadosa recogida de la *anamnesis* o historia clínica, en la que junto a numerosos detalles que puedan ser de interés, ocuparán un lugar destacado las molestias subjetivas o síntomas que manifieste el paciente... Los distintos síntomas y signos se agrupan en los síndromes, que suelen traducir una alteración anatómica o funcional de un órgano o sistema. Por último, entre las distintas causas capaces de originar un síndrome concreto se llega a precisar con las exploraciones complementarias una posibilidad etiológica y se establece el diagnóstico de enfermedad o entidad nosológica.

La anamnesis y la exploración física, durante las cuales el médico recoge con cuidado y siguiendo los principios expuestos los síntomas y signos de la afección que sufre el paciente, siguen siendo el pilar del ejercicio médico y del método clínico, a pesar de los espectaculares avances experimentados por las técnicas instrumentales y de laboratorio. Sin estos dos métodos clásicos y sin las consiguientes hipótesis diagnósticas más o menos aproximadas, la práctica clínica pierde el nombre de tal y se convierte en una búsqueda del diagnóstico al azar y sin dirección adecuada, consistente en la petición de numerosas pruebas de laboratorio y exploraciones instrumentales. En la práctica clínica auténtica hay que huir de este intento diagnóstico <por perdigonada> y seguir el método clínico, cuyas premisas insustituibles son la *anamnesis* y la exploración física. Una vez acabadas éstas, es preciso que el médico formule el diagnóstico o los diagnósticos provisionales o de presunción. Nada hay más criticable en nuestra profesión que la llamada medicina adiagnóstica, practicada por desgracia con excesiva frecuencia ... es preciso que las exploraciones complementarias merezcan este calificativo y constituyan, no la actividad fundamental del quehacer médico, sino sólo el complemento de un proceso diagnóstico perfectamente estructurado... No prodigar la práctica de pruebas

complementarias es algo muy conveniente por varias razones: en primer lugar, cabe mencionar los aspectos económicos. Es indudable que los costos de la medicina actual están creciendo en espiral y que muy pronto ninguna economía podrá contemplar impasiblemente este problema. Pero, aparte de las cuestiones económicas, evidentemente importantes, hay otras consideraciones de trascendencia aún mayor. Al decidir las exploraciones complementarias el médico debe atender, por encima de todo, al interés del enfermo. Así es preciso tener en cuenta que el paciente experimenta ya un considerable grado de incomodidad física y psíquica por el hecho de estar enfermo y, por tanto, es imprescindible que el médico no añada nuevas incomodidades con la práctica de exploraciones complementarias que no sean estrictamente necesarias. En ocasiones, dichas exploraciones entrañan, además de la incomodidad un riesgo, acaso vital.

Los procesos de diagnóstico pueden ser complejos, pues no siempre resultan evidentes las causas de los problemas. Siguiendo con el ejemplo médico, un paciente puede presentar un problema de salud que esté originado por el mal funcionamiento de un órgano, o puede estar intoxicado con alguna de las más de 13 millones de sustancias químicas naturales y sintéticas que se tienen identificadas, o puede estar contaminado por algún parásito o un microorganismo (virus, bacteria, hongo, etc.), igualmente las causas pueden ser de origen emocional, una combinación de varias de ellas, o simplemente desconocida para el momento. Adicionalmente, los problemas de diagnóstico en ocasiones deben ser resueltos en muy poco tiempo, pues en casos extremos sólo se dispone de algunos minutos para salvar la vida de un paciente.

Como se indicaba al comienzo de esta sección, los problemas de diagnóstico no son exclusivos de las ciencias médicas, ni su importancia se vuelve secundaria cuando no se refiere directamente a la salud de los seres humanos, pues en otras aplicaciones sus impactos pueden ser aún mayores al afectar colectivamente a la sociedad, en aspectos tan relevantes como el transporte público, la seguridad alimentaria, el suministro eléctrico, las telecomunicaciones, etc.

2.2. Técnicas Empleadas en la Automatización de Diagnósticos

A continuación, se mostrarán algunas técnicas que han sido empleadas reiteradamente en sistemas informáticos tendentes a automatizar y/o a facilitar la solución de problemas de diagnóstico. Es importante destacar que sólo se hace mención de algunas técnicas, y que, en muchos casos, los sistemas informáticos recurren simultáneamente a más de una de ellas para resolver un mismo tipo de problemas, por lo tanto, no debe entenderse que se trata de una confrontación de métodos para seleccionar el mejor, especialmente cuando cada uno de ellos puede resultar apropiado para un tipo específico de problemas.

2.2.1. Métodos Algorítmicos de Diagnóstico

Consiste en la programación secuencial de instrucciones que representan las etapas del proceso de diagnóstico para desarrollar programas informáticos capaces de aplicar el algoritmo con nuevos datos. Esta forma de diagnosticar se puede aplicar principalmente para clasificaciones y diagnósticos diferenciales. Las posibilidades de respuesta son fijas, previsibles e invariables. Aunque estos programas han sido técnicamente superados, no deben menospreciarse, puesto que contribuyen a un análisis detallado del proceso diagnóstico y se utilizan como nexo entre distintos módulos de otros programas más complejos. También son útiles para la solución de problemas muy específicos y complejos. El análisis requerido para su programación es similar al empleado en la construcción de árboles de decisión.

2.2.2. Diagnósticos Basados en el Teorema de Bayes

Se basa en el teorema de la probabilidad condicionada, propuesto en 1763 por el reverendo Bayes. Sean $C_1, C_2, \dots, C_n$, n sucesos mutuamente excluyentes que representan las n posibles causas de un resultado R . $P(C_i/R)$ es la probabilidad de que se haya dado C_i puesto que se dio R , es posible calcular dicha probabilidad a través de la siguiente fórmula:

$$P(C_i / R) = \frac{P(C_i \cap R)}{P(R)} = \frac{P(R / C_i) \cdot P(C_i)}{\sum_{i=1}^n P(R / C_i) \cdot P(C_i)}$$

$P(C)$ se denomina probabilidad *a priori*, y $P(C_i/R)$ se denomina probabilidad *a posteriori* o condicionada. El teorema de Bayes aplicado a diagnósticos en medicina, se presenta en los siguientes términos:

$$P(E \text{ si } S) = P(S \text{ si } E) \cdot \frac{P(E)}{P(S)}$$

Fórmula en la que se establece que la probabilidad de estar enfermo E , teniendo el síntoma S (expresión denominada *predictividad* del síntoma) es igual al producto de la probabilidad de tener el síntoma si se está enfermo (*sensibilidad* del síntoma) por el cociente entre las probabilidades de estar enfermo y de tener el síntoma (*prevalencias* de la enfermedad y del síntoma respectivamente).

Cuando en vez de síntomas, o variables de dos categorías, se utilizan variables cuantitativas o continuas, como sería el caso de resultados de laboratorio, puede resultar que la distribución de los valores en la población sana se superponga con la correspondiente a la población enferma. La representación gráfica de la especificidad obtenidos empíricamente determina un conjunto de curvas que se conocen como curvas ROC (*Receiver Operating Characteristic*), por su analogía con las curvas similares de sensibilidad-especificidad de los receptores de radiofrecuencia. A partir de estas curvas, expresivas del rendimiento diagnóstico, se puede discriminar entre sanos y enfermos. Basados en estos supuestos teóricos, se han desarrollado programas para diagnóstico asistido por computadoras. Los éxitos de este tipo de programas se consideran más didácticos que prácticos. Los procedimientos bayesianos directos tienden a ser *hiperpredictivos*, debido a que no siempre hay una independencia de probabilidad entre los diferentes síntomas, la cual es una de las condiciones de aplicación del teorema de Bayes. Se han ideado procedimientos para corregir la

hiperpredictividad y en la actualidad la aproximación bayesiana al diagnóstico se utiliza conjuntamente con la inteligencia artificial, estadística multivariante y redes causales y otras técnicas.

2.2.3. Diagnósticos Basados en Estadísticas Multivariante

La estadística multivariante se usa principalmente con fines de investigación teórica. Por lo general, se recurre al uso de programas comerciales como BMDP, SAS, SPSS, etc. Que permiten análisis de causalidad, métodos de selección de variables, y reconocimiento de patrones. El análisis de causalidad se basa en los siguientes aspectos:

1. Una secuencia temporal razonable, la cual implica que la causa haya actuado antes de producirse el efecto, y no después.
2. El concepto de causa suficiente, el cual implica que cuando la hipotética causa está presente se produce siempre el efecto.
3. El concepto de causa necesaria, implica que para que se produzca el efecto, la causa ha de estar presente y, si no lo está, el efecto no se produce.
4. Causa necesaria y suficiente, significa que la causa ha de estar presente y siempre que lo está se produce el efecto.

La existencia de excepciones en los análisis de causalidad es origen de incertidumbre, especialmente en los problemas de diagnóstico, en los cuales los agentes causales suelen ser necesarios, pero raras veces suficientes, y a menudo presentan relaciones temporales variables y coexisten causas de muy diversa naturaleza para un mismo efecto.

Las técnicas de selección de variables son una consecuencia del análisis de la causalidad cuando son varios los posibles factores concurrentes. La aproximación estadística a los límites de la lógica no es sencilla y se suele acudir a los modelos

matemáticos. Los modelos lineales, de tipo cartesiano, no ocurren frecuentemente en los problemas de diagnóstico, aun cuando son los más sencillos y el efecto esperado puede representarse por una ecuación de regresión múltiple o discriminante del tipo:

$$y = a + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + \dots + b_n \cdot X_n$$

El reconocimiento de patrones es el resultado de la aplicación de un conjunto de variables agrupadas según una función discriminante, logística, o de otro tipo, al que se denomina clasificador. Se trata de analizar estadísticamente las agrupaciones características de signos y síntomas en torno a diagnósticos. Los clasificadores pueden ser fijos o variables. Cuando se usan clasificadores variables el sistema es capaz de ir modificando la matriz de probabilidades original, es decir, se puede hablar de un proceso de actualización o aprendizaje. Cada clasificador estadístico representa un bloque evaluable con los mismos criterios de sensibilidad, especificidad y predictividad que se han descrito para un síntoma único. A continuación, se muestra un diagrama general del funcionamiento de una rutina de detección de patrones usando un clasificador variable.

Fig. 2.1. Esquema de un clasificador variable.

2.2.4. Razonamiento Basado en Reglas

También conocido como razonamiento basado en el conocimiento. Los sistemas que utilizan este enfoque para realizar diagnósticos disponen de una base de datos que almacena el conocimiento relativo a una materia o especialidad. El conocimiento es suministrado por personas a las que se considera expertos en la materia, y queda expresado en forma de datos iniciales y reglas lógicas. Las reglas lógicas por lo general son de la forma “Si antecedentes Entonces conclusión”. Los sistemas basados en reglas son la forma más común de desarrollar sistemas expertos, constituyéndose en el segmento más conocido de la inteligencia artificial. (Ver la sección 2.7 para información adicional sobre los sistemas expertos).

2.2.5. Razonamiento Basado en Casos

El razonamiento basado en casos (*case based reasoning*, CBR) constituye un enfoque diferente del razonamiento basado en reglas o en el conocimiento. Como método fue desarrollado predominantemente en la Universidad de Yale por Schank, su desarrollo más notable se ubica en la segunda mitad de la década de los ochenta. Se basa en el análisis del razonamiento por analogía y en el hecho que cuando el hombre se encuentra frente a una situación nueva, busca en sus recuerdos una situación parecida para poder comparar. La presentación repetida de casos permite establecer las reglas que definen un paradigma: el caso ejemplo. Si el caso nuevo no muestra diferencias relevantes, queda integrado en el paradigma que guarda la memoria, lo que significa diagnóstico concluido. Si las diferencias son relevantes, el caso actual se mantiene activo en otro tipo de memoria más dinámica, en espera de nuevos casos parecidos para definir el respectivo caso ejemplo o paradigma.

2.2.6. Redes Neuronales Artificiales

Las redes de neuronas artificiales tratan de representar el conocimiento replicando la estructura del cerebro humano. En ellas el conocimiento no se programa de forma directa en la red, sino que se adquiere de ejemplos por medio de reglas de aprendizaje, reconociendo patrones y ajustando parámetros. Es una forma de inducción muy diferente a la empleada en los sistemas expertos basados en reglas. El origen de las redes neuronales se encuentra en la representación de la neurona biológica por McCulloch y Pitts en 1943. Este modelo considera que una neurona puede ser representada por una unidad binaria. A cada instante su estado puede ser activo o inactivo. En otros modelos el estado de cada neurona es descrito por una variable continua. La interacción entre neuronas se denomina sinapsis, y puede ser controlada mediante pesos sinápticos, según el signo la sinapsis puede ser excitadora o inhibidora.

La forma de red neuronal más simple, en la cual no existen capas ocultas, se denomina *perceptron*. El *perceptron* está constituido por las entradas provenientes de fuentes externas, las conexiones y la salida. Para cada posible entrada o estímulo la respuesta del *perceptron* obedece a la siguiente dinámica: se suman los potenciales sinápticos y se comparan con el umbral de activación, esta suma ponderada se llama también campo. Si el campo es mayor que el umbral la respuesta de la neurona es activa si no es inactiva. Una arquitectura simple como la del *perceptron* sólo es aplicable a funciones booleanas simples, llamadas linealmente separables. Para aumentar la capacidad de resolver problemas mediante redes neuronales, es necesario intercalar neuronas entre las capas de entrada y de salida, llamadas neuronas ocultas.

Una red multicapas puede ser definida como un conjunto de *perceptrones*, ligados entre sí por sinapsis y dispuestos en capas siguiendo diversas arquitecturas. Una de las arquitecturas más comúnmente usada es llamada *feedforward*, con conexiones de la entrada a las capas ocultas y de éstas hacia la salida. El funcionamiento de una red

neuronal es gobernado por reglas de propagación de actividades y de actualización de los estados. La mayor parte de las reglas de aprendizaje se basan en ajustes iterativos de las conexiones, sin embargo es posible que ciertas reglas puedan modificar la estructura misma de la red. A continuación, se muestra la representación gráfica de una red neuronal artificial:

Fig. 2.2. Representación gráfica de una red neuronal artificial

El aprendizaje con redes de neuronas se realiza actualmente siguiendo el enfoque de la retropropagación de gradientes (*backpropagation*) y el de los algoritmos constructivos. Este enfoque implica conocer previamente el número y conexiones de las neuronas ocultas, y determinar los pesos por minimización de un costo. La red así obtenida es eventualmente simplificada eliminando unidades y/o conexiones que parecen inútiles. El principal defecto de este enfoque consiste en la búsqueda de la mejor arquitectura mediante el ensayo-error. Con un enfoque constructivo se aprende al mismo tiempo el número de unidades y sus pesos, en el marco de una arquitectura

que comienza generalmente con un *perceptron*, lo cual puede implicar un tiempo de respuesta bastante prolongado para problemas relativamente complejos.

Las redes neuronales no necesitan de construcciones o expresiones que representen el conocimiento específico para resolver determinados problemas, sólo se requiere de un conjunto de ejemplos satisfactorios (casos de aprendizaje), y es la principal ventaja de las redes neuronales para resolver problemas de diagnóstico ya que no es necesario definir las posibles relaciones entre causas y efectos, al mismo tiempo esto puede ser su principal desventaja, ya que no siempre se dispone de suficiente información confiable para establecer los casos de aprendizaje requeridos.

2.3. Inteligencia Artificial y Sistemas Expertos

Se han adaptado y desarrollado distintas tecnologías orientadas a proveer a los computadores de capacidades similares a las del cerebro humano, a éstas se les llama de manera amplia inteligencia artificial. Su rama más conocida es la de los sistemas expertos, en la cual se suelen emplear símbolos, reglas y normas para representar el conocimiento expresado por especialistas en una determinada materia.

2.3.1. Orígenes de los Sistemas Expertos

Warren S. McCulloch y Walter Pitts, sugirieron, en 1.943, un modelo simplificado destinado a simular el comportamiento de las neuronas del cerebro humano. Claude Shannon, en 1.950 planteó la posibilidad de destinar computadores a juegos como el ajedrez. También en 1.950, Alain Turing analizando la posibilidad de construir una máquina inteligente propuso su conocido *Test de Turing*, que consideraba que una máquina puede considerarse inteligente si es capaz de mantener una conversación a través de un teletipo, como si fuera un humano. El término “inteligencia artificial” propuesto en 1.956 por John McCarthy, durante la conferencia de Darmouth,

basado en la conjetura de que todo aspecto del aprendizaje o cualquier otra característica de la inteligencia puede en principio describirse con tanta precisión que puede ser simulado mediante una máquina.

2.3.2. Aplicaciones de los Sistemas Expertos

La inteligencia artificial se ha aplicado de manera exitosa en actividades muy diversas. Ejemplos de estas aplicaciones son:

- Sistemas de visión artificial, que permiten a un robot decidir la ruta a seguir, evitando obstáculos.
- Traducción automática entre idiomas.
- Reconocimiento de palabras manuscritas o habladas.
- Demostración automática de teoremas.
- Sistemas expertos que ayudan a diagnosticar enfermedades.
- Lavadoras de ropa que optimizan el proceso.
- Cámaras fotográficas y de video que enfocan automáticamente las imágenes y corrigen los efectos de los movimientos bruscos.
- Trenes y ascensores que ahorran tiempo y energía, al mismo tiempo que ofrecen un funcionamiento más confortable.

2.3.3. Ejemplos Clásicos de Sistemas Expertos

Los sistemas expertos son la rama más conocida de la inteligencia artificial. Se reconoce a DENDRAL como el primer sistema experto, fue desarrollado en la Universidad de Stanford. Su origen se ubica en el año 1965, su objetivo era determinar la estructura de moléculas químicas. Resultó más efectivo que los expertos humanos en el logro de su objetivo. El sistema experto MACSYMA fue desarrollado en el MIT (Instituto Tecnológico de Massachusetts), en el año 1965 para realizar análisis matemáticos complejos. El sistema experto HEARSAY fue desarrollado en la Universidad Carnegie-Mellon, con el objetivo de interpretar en lenguaje natural un

subconjunto del idioma. El sistema experto CADUCEUS fue desarrollado en la Universidad de Pittsburgh, en el año 1975, como herramienta de diagnóstico para medicina interna.

El sistema experto más conocido es MYCIN [Shortliffe, 1984], fue desarrollado en la Universidad de Stanford, y presentado por Shortliffe en 1977. Se diseñó para el diagnóstico y tratamiento de enfermedades infecciosas (bacterianas). Su base de conocimientos contiene unas 400 reglas, y su motor de inferencia utiliza encadenamiento hacia atrás; para el tratamiento de la incertidumbre recurre al uso de factores de certeza. Numerosos sistemas expertos fueron desarrollados a partir de MYCIN, entre ellos TEIRESIAS, CENTAUR, ONCOCIN, PUFF, PROSPECTOR. EMYCIN fue uno de los primeros *shell* de sistema experto desarrollado y puesto en funcionamiento, su nombre se deriva de *Empty MYCIN*, o MYCIN vacío, ya que en esencia se trataba de ese sistema experto sin los conocimientos iniciales de su base de datos.

Otros sistemas expertos son: CASNET para el diagnóstico de glaucoma, PUFF para diagnósticos pulmonares, CAROUSEL para diagnóstico de los vértigos, SPHINX para diagnóstico de ictericias, y PROSPECTOR para exploraciones geológicas.

2.4. Representación del Conocimiento

El conocimiento son las nociones e ideas que se tienen acerca de una entidad física o mental. Existen diversos criterios para clasificar los conocimientos. Según los métodos empleados para su obtención, y lo predecible que resulta su comprobación, los conocimientos pueden ser comunes o científicos. El conocimiento científico es predominantemente conceptual y se fundamenta en los sistemas de interrelaciones que establece entre dichas unidades de pensamiento.

La palabra concepto, derivada del vocablo latín *conceptus*, se refiere a las ideas abstractas y generales que conciben o forman el entendimiento. En el análisis de los conceptos, se pueden distinguir dos partes: la sintaxis, que estudia su estructura, y la semántica, que estudia la connotación y la denotación de los mismos. Los conceptos tienen una connotación, una denotación, y una extensión o dominio de aplicabilidad. La connotación de un concepto se refiere al conjunto de propiedades y relaciones que se consideran sintetizadas en el mismo.

Los lenguajes son conjuntos de signos preestablecidos para la representación, expresión y comunicación de ideas. Los signos o términos que conforman a un lenguaje no siempre están asociados a un concepto, pues pueden formar parte de expresiones significativas sin tener un significado propio, por ejemplo los signos de puntuación o el artículo indeterminado “lo”, en el caso concreto del idioma español.

Los conceptos no siempre requieren connotaciones exhaustivamente definidas, en tales casos, se debe recurrir a un nivel de precisión que asegure que el concepto no resultará ambiguo. Para ello basta la selección de características o propiedades peculiares suficientes para garantizar su determinación de forma inequívoca, a estas características esenciales se le denominan núcleo intensional. La denotación es la relación asimétrica de designación signo-idea, y se establece entre miembros del nivel lingüístico o conceptual y elementos del medio físico o mental. La extensión o dominio de aplicabilidad se refiere al conjunto de entes que poseen las propiedades que caracterizan al concepto. Se dice que un concepto C' es más general que otro C , si y sólo si la intensión de C' está incluida en la C o la extensión de C está incluida en la C' , es decir, con respecto a su extensión un concepto es más general que otro si posee menos características que restrinjan su dominio de aplicabilidad.

Los conceptos, funcionalmente, establecen identidades y permiten la agrupación de elementos o entidades. Algunos conceptos establecen relaciones que hacen posible

la comparación de entidades y su ordenamiento, otros conceptos tienen carácter cuantitativo y hacen posible la medición de algún atributo. Los conceptos individuales genéricos denotan elementos de algún género, en los cuales se han sustituido constantes específicas por variables, dando origen a la generalización o síntesis.

La clasificación es el modo más simple de discriminar simultáneamente los elementos de un conjunto y agruparlos en subconjuntos según algún criterio. Lo clasificado se llama universo o dominio del discurso. El universo del discurso puede ser cualquier conjunto o clase de conjuntos discretos o continuos. La forma más elemental de clasificación es la división, y consiste en distribuir los elementos del universo del discurso entre cierto número de clases, disjuntos dos a dos. La división más simple es la dicotomía [Bunge, 1983], en la cual la división del universo del discurso se hace en dos clases, una asociada a un concepto definido y otra que no lo está. Una forma más compleja de clasificación es la ordenación del universo dado por medio de alguna relación asimétrica y transitiva que existe entre dos miembros cualesquiera del universo del discurso. Las propiedades están representadas por conceptos, y las interrelaciones de un conjunto de propiedades se representan por relaciones lógicas entre los conceptos correspondientes; estas relaciones entre conceptos se formulan en proposiciones que, a su vez, se organizan en cuerpos de teoría.

Un concepto se llamará teórico si y sólo si forma parte de alguna teoría. La especificación del significado de los términos teóricos requiere de la lógica que define la estructura del concepto, de la teoría especial de que se trate, la cual define su connotación, y de la experiencia científica que a través de la observación, medición y/o experimentación, determinará su dominio de aplicabilidad o extensión.

Con el objeto de agrupar o clasificar elementos, se recurre a la teoría de conjuntos, en la cual se establecen clases o categorías, y cada elemento del universo del discurso puede o no pertenecer a las mismas; esto crea una clara división entre

miembros y no miembros de una clase (dicotomía). En muchos casos los criterios para establecer la pertenencia a un conjunto no resultan evidentes, así por ejemplo las categorías: “personas altas”, “personas con fatiga severa”, “días nublados”, son expresiones de uso común, que expresan cualidades de sus elementos integrantes, en forma sencilla y práctica, sin obligar al uso de instrumentos o conocimientos especializados, es decir, son aproximaciones que resultan de utilidad cuando no se requiere mayor precisión o cuando no es posible obtenerla.

Cuando la intensidad o la extensión de un concepto no están definidas exhaustivamente, surge la vaguedad. La vaguedad intensional se refiere al conocimiento parcial de las propiedades connotadas por el concepto. Recurriendo a la notación de conjuntos es posible establecer la vaguedad intensional en los siguientes términos: sea $I(C)$ el conjunto de propiedades conocidas y desconocidas connotadas por el concepto C , sea $K(C)$ el subconjunto de propiedades conocidas de C , y además, sea $N(C)$ el subconjunto de propiedades esenciales o núcleo intensional de C . La vaguedad intensional $Vi(C)$ asociada al concepto C queda definida así $Vi(C) = I(C) - K(C)$. En forma gráfica

Fig. 2.3. Representación gráfica de la vaguedad intensional.

En la figura anterior aparece la vaguedad intensional, como la zona rayada en el diagrama de Venn, la cual también se puede definir con respecto a las propiedades esenciales, quedando la definición así $Vi(C) = I(C) - N(C)$. De esta segunda forma se

amplía la vaguedad asociada al concepto, situación que resulta reveladora de conceptos vagamente establecidos.

La vaguedad extensional surge cuando no es posible determinar con absoluta precisión cuáles son los elementos que poseen ciertas propiedades y cuáles son aquellos que no las poseen. Existen casos limítrofes que pueden agruparse en ambas categorías simultáneamente, esto último, debido a la imprecisión asociada al concepto. De forma gráfica, la vaguedad extensional aparece en la zona central o de intersección en la siguiente figura

Fig. 2.4. Representación gráfica de la vaguedad extensional.

Si un concepto es extensionalmente vago, entonces lo es también intensionalmente, pero la afirmación inversa no es necesariamente cierta. A veces la vaguedad conceptual refleja una nebulosidad o indeterminación objetiva, no porque los hechos sean confusos, si no para poder expresar formas de transición no definidas. La vaguedad de los conceptos también se origina del crecimiento del conocimiento común o especializado, que a veces ocurre de manera espontánea, requiriendo de nuevos conceptos y/o modificando el significado de los existentes.

2.5. Causas de Incertidumbre

Son muchos los motivos que pueden dar origen a la incertidumbre asociada al conocimiento, no se pretende acá hacer una lista exhaustiva de los mismos, en lugar de ello, se expondrán las principales fuentes de incertidumbre que condicionan el

funcionamiento de los sistemas expertos diseñados para fines diagnósticos. La incertidumbre puede estar asociada a la naturaleza del problema, al conocimiento que se tenga del problema, o al modelo seleccionado para su solución. Entre esas causas están:

- Problemas no deterministas: Los sistemas naturales y sociales, entre otros, no se rigen por leyes deterministas, en tal sentido no se puede establecer con precisión las relaciones que ocurren en las causas y efectos que se dan en esos sistemas.
- Información incompleta: Por lo general la información disponible para realizar los diagnósticos, se limita a un conjunto de observaciones y hechos que se consideran relevantes o notorios, quedando una serie de datos fuera de consideración. Esto ocurre porque la información no está disponible (las historias clínicas no son completas, los pacientes no logran recordar todos los síntomas experimentados, los encargados de realizar la evaluación no se percatan de la presencia y/o ausencia de ciertas características, etc.).
- Información imprecisa: Hasta ahora no se han desarrollado los instrumentos, estos no son lo suficientemente precisos, o no están disponibles en un momento dado para cuantificar ciertos hechos. Por ejemplo para conocer la intensidad de un dolor de cabeza, el paciente expresa lo que siente, y esas sensaciones dependerán de la tolerancia al dolor y de factores psicológicos y sociales.
- Información errónea: La información disponible de los casos a diagnosticar puede ser parcial o totalmente falsa. Esto se puede deber a falsas percepciones, fallos en equipos de medición, pruebas de laboratorio contaminadas o alterados falsos recuerdos en caso de los pacientes, y hasta falta de pericia en la observación de los hechos.

- Deficiencias de los modelos: Por motivos prácticos, al modelar los sistemas se busca un equilibrio entre su eficiencia y el esfuerzo requerido para lograr su implementación. Los modelos suelen limitarse al manejo de la información prioritaria e incorporan factores subjetivos que afectan su operatividad.

2.6. Razonamientos Lógicos

La lógica es la ciencia que estudia los métodos y principios del razonamiento en sus distintas formas. La lógica proposicional es la parte de la lógica que trata las combinaciones de variables que representan proposiciones, esas variables se denominan variables lógicas o variables proposicionales. Uno de los principales objetivos de la lógica proposicional es el estudio de reglas que permiten la obtención de nuevas variables lógicas a partir de un conjunto de proposiciones dadas.

Las operaciones que permiten obtener variables lógicas a partir de otras o por combinación de sus valores, se denominan funciones lógicas. Las variables lógicas y las combinaciones de ellas mediante las funciones negación, conjunción, y disyunción, en forma de expresiones algebraicas, se conocen como fórmulas lógicas.

Cuando el valor de una fórmula lógica es siempre verdadero e independiente de los valores asignados sus variables, se denomina una tautología. Ciertas tautologías pueden ser utilizadas para hacer inferencias deductivas, en tales casos se habla de reglas de inferencia. Las reglas de inferencia, son las que permiten, dada una teoría deductiva, llegar a la verdad de una proposición a partir de una o varias proposiciones tomadas como hipótesis. Una tautología permanece como tal cuando se reemplazan sus variables por fórmulas lógicas, esta propiedad se conoce como regla de sustitución y es muy importante en los procesos de inferencia. Cuando el valor de una fórmula es siempre falso, la misma se considera una contradicción.

Silogismo (palabra derivada del vocablo latín *Syllogismus*, y esta del griego *συλλογισμός*) es un razonamiento que contiene tres proposiciones (mayor, menor y conclusión), tal que la conclusión es deducida de la mayor por medio de la menor. Por ejemplo: todos los hombres son mortales (proposición mayor); todo los griegos son hombres (proposición menor); luego todos los griegos son mortales (conclusión). El ejemplo anterior (silogismo hipotético) se puede escribir así, “si a implica b , y b implica c , entonces a implica c ” o simbólicamente:

$$((a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow c)) \Rightarrow (a \Rightarrow c); \text{ donde } \Rightarrow \text{ es una implicación, y } \wedge \text{ una conjunción.}$$

Dos formas de inferencia de uso muy común, son las denominadas *modus ponens* y *modus tollens*, que son tautologías usadas como reglas de inferencia. En el *modus ponens*, se examina la premisa de la regla, y si es cierta, entonces se infiere la conclusión. Así, las inferencias con esta regla son de la forma: si a es cierto, entonces b , y además se sabe que a es cierto, luego se puede concluir que b es cierto. En forma simbólica

$$((a \Rightarrow b) \wedge a) \Rightarrow b \qquad \textit{modus ponens}$$

En el *modus tollens*, se examina la conclusión y si es falsa, se concluye que la premisa también es falsa. Por ejemplo: se tiene la regla “si a es cierto, entonces b es cierto”, y se sabe que b es falso, por la aplicación del *modus tollens*, se concluye que a también debe ser falso, conclusión que no se puede obtener aplicando el *modus ponens*, ya que no se conocen los valores de la premisa. En forma simbólica

$$((a \Rightarrow b) \wedge \bar{b}) \Rightarrow \bar{a} \qquad \textit{modus tollens}$$

2.6.1. Lógica Bi-valuada

La lógica clásica o bi-valuada hace referencia a proposiciones que deben ser o completamente ciertas o completamente falsas, así cada proposición tiene una opuesta

o negación de la misma. Como cada variable lógica representa a una proposición, ella puede asumir uno de dos valores (cierto o falso / 1 ó 0) . Este tipo de lógica está ampliamente difundido en los sistemas informáticos digitales, especialmente por la aplicación del álgebra booleana, propuestas por el matemático británico George Boole (1815-1864), y consistente de un conjunto de reglas que sustentan la definición de los operadores *AND*, *OR*, *NOT*, *NAND*, *NOR*, *XOR*, directamente aplicables a *bits*.

2.6.2. Lógica Multi-valuada

Se atribuye al filósofo griego Platón (428 A.C. – 347 A.C.) una de las primeras manifestaciones sobre la insuficiencia de dos valores (verdadero y falso) para clasificar los hechos, sin embargo fue el lógico polaco Jan Łukasiewicz (1878-1956) el primero en proponer (año 1900 y posteriores), de una forma sistemática, una alternativa a la lógica bi-valuada. Łukasiewicz inicialmente definió una lógica tri-valuada o trivalente, que consideraba los valores verdadero, falso y posible. Posteriormente, Łukasiewicz experimento con lógicas tetra-valuadas y penta-valuadas, concluyendo que no existían motivos para limitar, *a priori*, el número de posibles valores para un sistema lógico, Otros modelos de lógica trivalente son los propuestos por: Bochvar, Kleene, Heyting, Reichenback, etc.

2.6.3. Lógica Difusa

En 1965 el profesor Lotfi Zadeh presentó una propuesta para formalizar el razonamiento aproximado (noción como: pequeño, cerca, rápido, mucho, etc.), conocida como lógica difusa (*fuzzy logic*), que plantea una teoría de conjuntos en la cual los elementos pertenecen a un dominio en mayor o menor grado, sin fronteras definidas explícitamente (valores continuos entre 0 y 1).

Las variables lingüísticas son aquellas que pueden asumir palabras por valores, como concepto, fue introducido por el Prof. Lotfi Zadeh en su publicación “*Outline of*

a new approach to the analysis of complex systems and decision processes” de 1973. Las variables lingüísticas [Zadeh, 1975] constituyen uno de los pilares fundamentales en el desarrollo de la lógica difusa y sus aplicaciones. Las variables lingüísticas son especialmente útiles para representar las percepciones y los conocimientos no exactos.

En los conjuntos difusos se asigna a cada elemento del universo del discurso un valor que representa su nivel de pertenencia a esa categoría, es decir, su similitud o compatibilidad con el concepto que representa el conjunto difuso. Normalmente, el grado de pertenencia a un conjunto difuso, es un número real comprendido en el intervalo cerrado entre 0 y 1, donde 0 indica “no pertenece al conjunto” y valores superiores expresan niveles crecientes de aproximación al concepto representado. Los conjuntos discretos pueden ser considerados como casos particulares de los conjuntos difusos, pues la absoluta pertenencia o no pertenencia al conjunto, se logra al asignar al grado de pertenencia los valores extremos del intervalo [0,1].

Un conjunto puede ser descrito enumerando los elementos que lo constituyen (método por extensión) o mediante la especificación de las propiedades que deben poseer sus elementos (método por comprensión). La definición de conjuntos a través del método por extensión sólo es aplicable a conjuntos finitos. El conjunto V , cuyos miembros son las letras vocales del alfabeto español, se suele representar de la siguiente forma:

$$\begin{array}{ll} V = \{a, e, i, o, u\} & \text{Según el método por extensión} \\ V = \{v \mid v \text{ es una vocal del alfabeto español}\} & \text{Según el método por comprensión} \\ & \text{donde el símbolo } \mid \text{ denota “tal que”} \end{array}$$

La pertenencia de cada elemento x del universo de discurso X ($x \in X$) a un determinado conjunto A , se puede expresar mediante una función característica μ . Para

un conjunto discreto A , la función característica asigna un valor a cada elemento ($x \in X$) tal que:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } x \in A \\ 0 & \text{si y sólo si } x \notin A \end{cases}, \quad \text{Así } \mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$$

La función característica puede ser generalizada para los conjuntos difusos, ya no limitándose a asumir los valores extremos 0 y 1, y se denomina función de pertenencia. Para un universo de discurso X , la función de pertenencia μ asociada a un conjunto difuso A , generalmente es de la forma:

$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$, donde $[0, 1]$ denota el intervalo de números reales de 0 a 1, ambos inclusive

Se define como soporte de un conjunto difuso (“*support of a fuzzy set*”) A en el universo de discurso X , a un conjunto no difuso que contiene todos los elementos de X con grado de pertenencia diferente de cero en A , es decir,

$$\text{supp } A = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

Para conjuntos difusos con soporte finito se usa frecuente la siguiente notación: Sea A un conjunto difuso, y x_i un elemento del mismo con grado de pertenencia $\mu_i > 0$, entonces A , dependiendo del número de elementos que lo integran y de su naturaleza, puede ser escrito así

$$A = \mu_1 / x_1 + \mu_2 / x_2 + \cdots + \mu_n / x_n \quad \text{ó } A = \sum_{i=1}^n \mu_i / x_i \quad \text{ó para } X \in \mathfrak{R}, \quad A = \int_X \mu_A(x) / x$$

donde: la barra “/” se usa para enlazar los elementos y sus grados de pertenencia al conjunto A , y la referencia a la suma se usa para agrupar los pares de elementos que definen conjuntamente a A , sin implicar ninguna operación algebraica o de cálculo.

Un α -corte de un conjunto difuso A , es un conjunto no difuso A_α que contiene todos los elementos del universo de discurso X , tales que su grado de pertenencia al conjunto A sea mayor o igual al valor especificado de α . Esta definición puede ser escrita como

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Un conjunto difuso A es convexo si y sólo si todos sus α -cortes son convexos, es decir, el mismo debe cumplir con la siguiente condición:

$$\mu_A(\lambda r + (1-\lambda)s) \geq \min[\mu_A(r), \mu_A(s)], \text{ para todo } r, s \in \mathfrak{R}, \text{ y para todo } \lambda \in [0,1]$$

En la siguiente figura se puede apreciar la representación gráfica de un conjunto difuso convexo (lado izquierdo), y de un conjunto difuso no convexo (lado derecho).

Fig. 2.5. Representación gráfica de la convexidad de un conjunto difuso.

Un conjunto difuso A se denomina normalizado cuando al menos uno de sus elementos asume el máximo grado de pertenencia definido (generalmente 1). Un conjunto difuso, convexo y normalizado, definido en $\mathfrak{R}$ y con función de pertenencia continua, se denomina un número difuso o intervalo difuso.

Un número difuso es un subconjunto de valores reales pertenecientes en algún grado a un conjunto difuso, y caracteriza a una distribución de posibilidades en un universo de discurso. La distribución de posibilidades queda definida por la función de pertenencia utilizada. Algunas formas de distribución utilizadas para valores difusos son: triangular, trapezoidal, curvas π , campana generalizada, curvas de Gauss, etc.

La teoría original de los conjuntos difusos fue formulada a partir de tres operaciones básicas: complemento, unión, e intersección. Cuando el grado de pertenencia corresponde al intervalo cerrado entre 0 y 1, estas operaciones se definen así

$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$	Complemento
$\mu_A \cup \mu_B(x) = \text{máx}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$	Unión
$\mu_A \cap \mu_B(x) = \text{mín}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$	Intersección

Estas tres operaciones poseen la importante cualidad de no incrementar el grado de error que puede estar asociado a la función de pertenencia para los conjuntos involucrados. Se han definido muchas operaciones aplicables a los conjuntos difusos, pero las tres anteriores se consideran como las operaciones estándares, y se afirma que ellas definen la teoría posibilística que justificaría el uso de la lógica difusa en lugar de recurrir a las probabilidades [Zadeh, 1975]. Estas operaciones básicas (complemento, unión e intersección) fueron definidas por el prof. Zadeh en 1965 cuando expuso su teoría, sin embargo, necesidades posteriores motivaron la definición de funciones equivalentes con características adicionales, en tal sentido, es oportuno revisar los principios axiomáticos para la definición de esas funciones, más allá del estudio minucioso de cada una de ellas, dado su frecuente uso.

El complemento de un conjunto difuso A es especificado por la función $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ la cual asigna un valor $c(\mu_A(x))$ a cada grado de pertenencia $\mu_A(x)$. Este valor asignado corresponde al grado de pertenencia a la negación del concepto representado por A , para el elemento x . Existen formas especiales de complemento para los conjuntos difusos, por ejemplo los complementos del tipo Sugeno, y los del tipo Yager, que se definen así

$$c_{\lambda}(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}, \text{ donde } \lambda \in (-1, \infty) \quad \text{Complemento tipo Sugeno}$$

$$c_w(a) = (1-a^w)^{1/w}, \text{ donde } w \in (0, \infty) \quad \text{Complemento tipo Yager}$$

Cuando al aplicar dos veces consecutivas el complemento se obtiene el valor original, se dice que se trata de un complemento involutivo, es decir, $c(c(a)) = a$, para todo $a \in [0,1]$. Los complemento tipo Sugeno y los del tipo Yager, poseen esta importante característica de ser involutivos. Existen otras formas de complemento para conjuntos difusos, pero en general las condiciones mínimas para que una función c sea considerada como un complemento difuso son:

- $c(0)=1$ y $c(1)=0$, es decir, el comportamiento para valores límites debe coincidir con el de la definición para conjuntos no difusos.
- La función debe ser monótona no creciente, es decir, si $a < b$, entonces $c(a) \geq c(b)$ para todo $a, b \in [0,1]$.

La unión de dos conjuntos difusos A y B es definida por una función que toma por argumento el grado de pertenencia de cada elemento x del conjunto universal X a los conjuntos A y B , y le calcula el grado de pertenencia a la unión de ambos. De manera general, esta función se escribe

$$\mu_{A \cup B}(x) = u[\mu_A(x), \mu_B(x)], \text{ siendo la función de la forma } u : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

La intersección entre dos conjuntos difusos A y B es definida por una función que toma por argumento el grado de pertenencia de cada elemento x del conjunto universal X a los conjuntos A y B , y le calcula el grado de pertenencia a la intersección de ambos. De manera general, esta función se escribe

$$\mu_{A \cap B}(x) = i[\mu_A(x), \mu_B(x)], \text{ siendo la función de la forma } i : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Las condiciones mínimas que debe cumplir una función f , para que esta defina alguna forma de unión o intersección entre conjuntos difusos son:

- $f(a,b)=f(b,a)$; es decir, la función debe ser conmutativa.
- $f(f(a,b),c)=f(a,f(b,c))$; es decir, la función debe ser asociativa.
- Si $a < b$ y $c < d$ entonces $f(a,c) \leq f(b,d)$; lo que implica que debe ser monótona.

Adicionalmente, toda función u que defina la unión de conjuntos difusos, y toda función i que defina intersección entre conjuntos difusos, en sus valores límites, respectivamente deben satisfacer:

- $u(0,0)=0$; $u(0,1)=u(1,0)=u(1,1)=1$
- $i(1,1)=1$; $i(0,1)=i(1,0)=i(0,0)=0$

En general, las funciones que cumplen con las características anteriores asociadas a la intersección de conjuntos difusos, se conocen como operadores de T-norma o norma triangular. Las funciones que cumplen con las características exigidas para toda función de unión de conjuntos difusos, se denomina operador S-norma o T-conorma.

Otras características convenientes en algunas aplicaciones son: que la función sea continua y que sea una idempotencia, es decir, $f(a,a)=a$. La operación unión de conjuntos corresponde a una disyunción (operador lógico “o”), en la cual se asume alguna forma de equivalencia o sustitución entre los elementos que se unen, mientras que la operación intersección se vincula con el operador lógico “y”. El grado de tolerancia aplicable a los operadores lógicos “o” e “y” se pueden ajustar en algunas funciones, mediante parámetros.

El producto cartesiano de dos conjuntos X y Y , denotado por $X \times Y$, es el conjunto de todos los pares ordenados tales que el primer elemento de cada par pertenece a X , y el segundo elemento pertenece a Y . Simbólicamente, el producto cartesiano se escribe

$$X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$$

El concepto de producto se puede generalizar a más de dos conjuntos, en cuyo caso, lo importante es mantener el orden de los elementos involucrados. La presencia o ausencia de asociación, interacción o interconexión entre elementos de dos o más conjuntos se denomina una relación de conjuntos. Así, una relación difusa se define como el producto cartesiano de conjuntos no difusos $X_1, X_2, \dots, X_n$, donde cada grupo de elementos $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ puede tener distintos grados de pertenencia según la relación.

La composición de dos relaciones binarias $P(X, Y)$ y $Q(Y, Z)$, se define como un subconjunto $R(X, Z)$ de $X \times Z$ tal que $(x, z) \in R$ si y sólo si existe por lo menos un $y \in Y$ tal que $(x, y) \in P$ y $(y, z) \in Q$. Dadas las relaciones binarias P, Q, R , su composición ($\circ$) debe satisfacer las siguientes tres propiedades

$$P \circ Q \neq Q \circ R$$

$$(P \circ Q)^{-1} = Q^{-1} \circ P^{-1}$$

$$(P \circ Q) \circ R = P \circ (Q \circ R)$$

Al igual que otras operaciones, la composición de conjuntos difusos es una generalización que puede ser establecida de diferentes formas, siendo la más común de ellas la composición *máx-mín*, que para las relaciones anteriores, se escribe así

$$\mu_{P \circ Q}(X, Z) = \max_{y \in Y} \min[\mu_P(x, y), \mu_Q(y, z)] \quad \text{para todo } x \in X \text{ y } z \in Z$$

Otra forma bastante común para la composición de conjuntos difusos es la *máx-prod*, la cual es denotada por $P(X, Y) \bullet Q(Y, Z)$, y es definida por

$$\mu_{P \bullet Q}(X, Z) = \max_{y \in Y} [\mu_P(x, y) \bullet \mu_Q(y, z)] \quad \text{para todo } x \in X \text{ y } z \in Z$$

Una regla difusa simple es una estructura lógica de la forma “si x es A entonces y es B ”, donde A y B son valores lingüísticos definidos por conjuntos difusos en sus rangos o universos de discurso X e Y respectivamente. Siendo “ x es A ” la premisa o antecedente, e “ y es B ” el consecuente o conclusión. Interpretar una de estas reglas implica dos pasos distintos, lo primero es evaluar el antecedente (lo cual incluye hacer difusas las entradas “*fuzzifying*” y aplicar los operadores necesarios). Lo segundo es la implicación o aplicar el resultado del antecedente al consecuente, lo que en esencia es evaluar la función de pertenencia.

Al evaluar reglas no difusas sólo se alcanza la conclusión si se cumple estrictamente lo propuesto en el antecedente. En el caso difuso una regla se considera activada o disparada, si existe algún grado de similitud entre la premisa y el antecedente, luego la conclusión se puede cumplir en mayor o menor grado. Por lo general, no es mucho lo que se puede inferir a partir de reglas simples, por lo tanto surge la necesidad de usar composiciones y reglas complejas. Se puede dar importancia relativa a las reglas, mediante la asignación de valores o pesos.

La forma de inferencia difusa más usada, es la conocida como el método de Mamdani o mín-implicación, la cual fue propuesta en 1975 por el prof. Ebrahim Mamdani. Las principales bondades que se le reconocen al método de Mamdani son: ser de uso intuitivo, amplia aceptación, apropiado para ser usado con lenguajes naturales. Otra forma de inferencia que ha tenido bastante aceptación es el método de Sugeno o método Takagi-Sugeno-Kang, propuesto en 1985 por Michio Sugeno, las principales ventajas del método son su eficiencia al realizar los cálculos y la continuidad de sus soluciones. Resulta apropiado para: técnicas lineales, técnicas de adaptación, optimización y análisis matemáticos. Un ejemplo de regla difusa para inferencias tipo Sugeno es “Si (x es A) y (y es B) Entonces $z=K$ ”

Los conjuntos difusos, que representan las salidas de reglas, pueden ser combinados para formar un solo conjunto, mediante un proceso conocido como agregación. Existen varias formas de agregación, por ejemplo tomar el máximo de cada categoría, el método “o probabilístico”, o simplemente tomar la suma de cada conjunto de salida.

El proceso de convertir variables lingüísticas en valores difusos tiene su equivalente inverso o proceso de precisar (*defuzzification*), nuevamente, existen múltiples formas de efectuar este proceso, siendo la más popular el cálculo del *centroide* o centro de gravedad, otras formas de bastante aceptación son: el medio de los máximos, el mayor de los máximos, el menor de los máximos.

2.7. Sistemas Expertos

Como se ha mencionado anteriormente, los sistemas expertos son un campo de investigación de la inteligencia artificial. Su aplicabilidad se extiende a muy diversas áreas, y estos han variado significativamente a través de los años y según los objetivos para los que son diseñados.

2.7.1. Definición de Sistema Experto

Los sistemas expertos son programas informáticos, destinados a almacenar conocimientos relativos a alguna materia o especialidad, ese conocimiento se obtiene de personas a las que les considera expertos o especialistas en el tema. El conocimiento queda expresado en forma de datos iniciales y reglas lógicas, conformando una base de conocimientos. Posteriormente, el sistema podrá utilizar la información almacenada para resolver problemas similares.

Los conocimientos que pueden ser expresados mediante reglas lógicas, son aquellos que establecen relaciones del tipo causa-efecto. En los problemas de diagnóstico las causas son las características, valores, síntomas, signos u otros atributos individuales o combinados, que son relevantes para establecer una conclusión o efecto. Un ejemplo de conocimiento expresado a través de una regla, y que podría ayudar en un problema de diagnóstico es:

SI [fatiga = presente O disnea = severa]
 Y [fiebre = presente O fiebre = recurrente O infección = presente]
 Y [sangrado = patológico O propenso a contusiones = presente]
 ENTONCES sospechar de insuficiencia de médula ósea.

2.7.2. Componentes de los Sistemas Expertos

Los sistemas expertos pueden ser muy diferentes entre sí, variando su composición y complejidad, principalmente, en función del uso que se hará de los mismos. Existen sistemas expertos dotados de dispositivos especiales para obtener información de forma automatizada, o ejecutar acciones a través de equipos y máquinas, otros incluyen rutinas para generar explicaciones. De manera general, se puede decir que los componentes básicos de un sistema experto basado en reglas, son: el motor de inferencia o intérprete de reglas, la base de conocimientos, la base de hechos, la memoria de trabajo, y la interfaz sistema-usuario. En el siguiente diagrama se pueden observar los componentes básicos de un sistema experto basado en reglas:

Fig. 2.6. Componentes básicos de un sistema experto basado en reglas.

Una vez definido un sistema experto basado en reglas, es posible suministrarle una serie de características observadas o conocidas, y el sistema buscará las reglas cuyos antecedentes coincidan con los datos suministrados, generándose así conclusiones y nuevos hechos, que su vez pueden generar nuevas conclusiones.

En los sistemas expertos la función equivalente al razonamiento humano, corresponde a la mecánica inferencial, que cubre un conjunto de nociones (deducción, inferencia, planificación, prueba, búsqueda, etc.) y usan el conocimiento base como argumento para lograr sus conclusiones. El motor inferencial, o componente que aplica la mecánica inferencial, puede recurrir a diferentes técnicas para procesar los conocimientos disponibles, de esas técnicas, dos son de especial importancia para este trabajo y guardan relación con los métodos clásicos conocidos como: análisis/síntesis o método resolutivo/método compositivo, etc. La distinción entre ambas técnicas se basa en la relación direccional entre datos y objetivos. Las referidas técnicas son: la técnica del encadenamiento hacia adelante (*forward chaining*), y la técnica del encadenamiento hacia atrás (*backward chaining*). En el encadenamiento hacia adelante, se comienza con los datos conocidos y se aplica el *modus ponens* sucesivamente hasta obtener los resultados correspondientes, suele ser útil cuando se dispone de una gran cantidad de datos que deben ser examinados. La técnica del encadenamiento hacia atrás toma un dato como consecuente y busca en la base de conocimientos los posibles antecedentes, es muy útil para verificar hipótesis. Ambas técnicas se pueden combinar, haciendo búsquedas hacia adelante y hacia atrás, con lo cual se logra inferir una conclusión y luego verificarla.

2.7.3. Ventajas y Limitaciones de los Sistemas Expertos

La principal ventaja de los sistemas basados en reglas, es su capacidad para resolver problemas desde el mismo momento en que se definen las reglas respectivas,

lo cual es muy útil para problemas cuya ocurrencia es poco probable. La principal desventaja de estos sistemas, es el esfuerzo inicial requerido para su implementación.

2.7.4. Sistemas Expertos Difusos

Puesto que los sistemas expertos se basan en el conocimiento humano que almacenan, la lógica difusa resulta más apropiada que las formas rígidas de procesar esa porción vaga e imprecisa del conocimiento. El uso de variables lingüísticas permite que las reglas lógicas de decisión sean expresadas de manera sencilla y natural, tal como se usan en muchas disciplinas, además facilita la interpretación de los resultados obtenidos y mejora la confiabilidad de los mismos.

Existen diversas formas de automatizar los procesos de diagnóstico haciendo uso de los sistemas expertos y de la lógica difusa, una es usar una composición del tipo máx-mín o método de Sanchez, donde se representan los conocimientos como una relación difusa entre causas y efectos. Este enfoque corresponde a condicionales difusos del tipo “Si C Entonces E por R ”. Así, dado un conjunto H de causas observadas o hechos, un conjunto C de causas, un conjunto E de consecuencias o efectos (tipos de fallas, enfermedades, etc.), y una relación difusa R que vincule las causas en C con las consecuencias en E , es posible inferir un conjunto difuso D de posibles diagnósticos por medio de la siguiente composición de inferencia

$$D = H \circ R$$

o

$$\mu_D(e) = \max_{c \in C} [\min(\mu_H(C), \mu_R(c, e))] \quad \text{para todo } e \in E$$

El uso combinado de probabilidades y lógica difusa ha resultado exitoso en la automatización de procesos de diagnóstico, un buen ejemplo de ello es el sistema CADIAG-2, al que se atribuye una precisión de hasta el 94.5% en el diagnóstico de enfermedades reumatológicas.

Capítulo 3

MARCO METODOLÓGICO

A continuación, se hace referencia a la forma en la cual se realizó la investigación y se enumeran las principales técnicas utilizadas para la obtención de la información, programación, documentación y validación de los resultados.

3.1. Tipo de Investigación

Según la clasificación sugerida en el Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales de la UPEL (UPEL, 1998), el presente Trabajo de Grado corresponde a una Investigación Documental, pues implicó ampliar y profundizar conocimientos obtenidos fundamentalmente de las fuentes bibliográficas y documentales. Al mismo tiempo, corresponde a la clasificación de Proyecto Especial, pues la solución no se limitó a la formulación de una propuesta, sino que implicó el desarrollo de una aplicación para computadoras. Aun cuando no existe consenso sobre metodologías específicas para el desarrollo de sistemas expertos, se acepta que estos deben seguir etapas similares a las correspondientes al ciclo de vida en ingeniería del *software* (Rolston, 1992).

3.2. Técnicas de Recolección de Datos

La principal fuente de información para la elaboración de este Trabajo, fue la revisión bibliográfica, también se recurrió a entrevistas directas, que fueron especialmente útiles para definir los requerimientos del sistema. Estas entrevistas fueron de tipo no estructuradas, y se basaron fundamentalmente en preguntas abiertas, es decir, se permitió que los participantes expresaran libremente los aspectos que ellos consideraban importantes acerca de los problemas de diagnóstico y del proceso de automatización sugerido. La revisión bibliográfica se refirió tanto a textos, revistas,

publicaciones técnicas especializadas, Trabajos de Grado y Tesis, así como sitios de *internet* y programas de computación.

3.3. Técnicas de Programación y Documentación

Para el desarrollo de la aplicación se seleccionó un lenguaje de alto nivel con programación orientada a objetos, se recurrió a un diseño modular, basado en procedimientos y funciones, de acuerdo a los criterios de acoplamiento y cohesión. El acoplamiento se refiere al grado de interdependencia de los procedimientos, lo que se traduce en facilidad para efectuar modificaciones y mejoras. La cohesión se basa en la fortaleza de la relación funcional entre los elementos de un módulo o procedimiento. Así, se tiende a observar que al aumentar la cohesión disminuye el acoplamiento y viceversa. En la programación, se buscó eficiencia y minimización del código, sin permitir que estos objetivos comprometieran la claridad y facilidad de revisión de cada programa. Se han usado los prefijos sugeridos como estándares para identificar a los objetos, se ha dado prioridad a la programación estructurada, y se elaboró un conjunto de diagramas y recursos gráficos que favorecen la comprensión y mantenimiento de los programas. Igualmente, se provee abundante información en el manual del usuario y en el sistema de ayuda en línea.

3.4. Técnicas de Validación de Resultados

Aunque las estrategias de prueba no pueden garantizar la ausencia de defectos en una aplicación, estas forman parte de su ciclo de vida, y constituyen un esfuerzo, que en ocasiones representa hasta el 40 por ciento del trabajo total realizado. Durante las distintas etapas o fases del desarrollo de este Trabajo, se han aplicado pruebas y procesos de validación para detectar errores, verificar el cumplimiento de los objetivos propuestos, y en general, para garantizar la calidad del mismo. Específicamente se han aplicado las técnicas de prueba de la caja blanca o pruebas estructurales y las pruebas de la caja negra o pruebas funcionales. Adicionalmente a estos aspectos, se han

desarrollado pruebas de recuperación ante fallas, de seguridad, de resistencia y de rendimiento.

Capítulo 4

DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN

En el contexto de los sistemas expertos, se usa el término *shell*, (palabra del idioma inglés, que significa: concha, cáscara, armazón) para significar que existe el potencial de un sistema experto o la capacidad para definirlo, pero la base de conocimientos no contiene la información necesaria para su uso.

4.1. Aspectos Generales

Se diseñó y desarrolló un *shell* que permite la implementación de sistemas expertos para ayudar a resolver problemas de diagnósticos sin importancia de la especialidad o materia a que se refieran. Cada instalación del *shell* permite la definición y control de hasta 999 sistemas expertos.. Los sistemas son independientes entre sí, por cada uno de ellos se crea un directorio de trabajo con sus respectivos archivos y bases de datos, aun cuando existe un directorio temporal de uso compartido, además de los archivos de control y gestión. Los programas que conforman el *shell* fueron diseñados para ser usados en computadores personales provistos del sistema operativo windows® en alguna de sus versiones de 32 *bits*.

La interfaz del usuario y el entorno de trabajo se ubican dentro de una o más ventanas de windows. El *shell* dispone de un menú de tipo *pull-down* o de opciones descendentes para la selección de las opciones, desde allí se puede activar el sistema experto con que se desee trabajar. A continuación se incluye un mapa de navegación en cual se pueden observar en forma jerarquica las distintas opciones que conforman al *shell*.

Fig. 4.1. Carta de navegación del *shell*.

Las opciones que conforman el *shell* serán analizadas individualmente en las subsiguientes secciones de este capítulo, para cada una de ellas se indica el propósito, los elementos constitutivos, posibles valores y otras explicaciones. Los aspectos operativos del *shell* y sus opciones deben ser consultados en el manual del usuario.

4.2. Usuarios

El acceso al sistema es controlado por usuario. A cada usuario se le asigna un perfil, que indica el tipo de actividades que puede realizar dentro del *shell*. Los perfiles existentes son:

- Administrador: Se refiere a los usuarios que planifican y definen los sistemas de diagnóstico que se deben implementar. Tiene privilegios

suficientes para crear, modificar y/o eliminar cualquier tipo de información.

- Líder de grupo: Son los usuarios que colaboran en determinadas áreas de investigación. Pueden crear y modificar información de los sistemas previamente definidos.
- Usuario final: Son los usuarios autorizados para consultar los sistemas, pero no pueden directamente alterar su funcionamiento.

Desde el ingreso del usuario al sistema, se verifica el perfil, y sólo aparecen habilitadas las opciones que corresponden al tipo de actividades para las que ha sido autorizado. Cada usuario se identifica por un código alfanumérico único, de hasta 8 dígitos de longitud, vinculado a una contraseña, del mismo tipo y largo. Cada usuario puede cambiar sólo su propia contraseña, independientemente de sus privilegios. No existen restricciones con respecto al número de usuarios asignados a un perfil. Crear y eliminar usuarios está restringido a los administradores.

4.3. Parámetros de Cálculo e Inferencia

El *shell* utiliza una tabla de parámetros para cálculos e inferencias, cada sistema posee sus propios valores, y estos son fundamentales para su funcionamiento. Estos parámetros se refieren a dos aspectos diferentes, primero a un grupo de valores que controlan la activación de las reglas, y segundo a la forma de intersección que se usa para determinar la compatibilidad de valores difusos.

4.3.1. Valores para la Activación de las Reglas

Se refiere a valores porcentuales que condicionan la evaluación y activación de las reglas. El umbral de activación se refiere al porcentaje mínimo de certeza o grado

de pertenencia que se debe alcanzar para ejecutar una regla o subconjunto de ella. Estos parámetros son:

- Tolerancia al comparar datos: se refiere al margen de error admitido o precisión requerida al evaluar operadores relacionales ($=$, $<$, $>$, $\neq$, $\leq$, $\geq$). De forma general se recomienda asignar a este parámetro un valor entre 1 y 10%, aun cuando el rango de valores admitidos está entre 0 y 100%. Un porcentaje de tolerancia muy bajo puede ocasionar que se dejen de activar reglas por errores de precisión en la representación de los valores o por errores de cálculo, en tanto que valores muy altos devienen en la pérdida de sentido y propósito de las reglas, pues se ejecutarán independientemente de los valores suministrados.
- Umbral de activación para características esenciales: Las características esenciales definidas en una regla, son una exigencia para la satisfacción de sus premisas, en tal sentido se espera que la probabilidad de su ocurrencia sea muy alta, sin embargo, es preferible otorgar al sistema un margen de flexibilidad que le permita evaluar un mayor número de reglas y que sea el conjunto de la evidencia lo que determine los diagnósticos más probables. De forma general, se recomienda, fijar inicialmente un valor de alrededor del 75%, e ir incrementando este porcentaje en la medida que se comprueba la idoneidad de las reglas que lo conforman. Esta recomendación obedece a la posibilidad de que no todas las reglas estén definidas con una precisión similar.
- Umbral de activación para características probables: Este valor establece el grado de pertenencia o certeza mínima que se debe alcanzar para considerar de una característica probable está presente. La definición de este parámetro depende de la naturaleza del sistema y del grado de convicción que tengan los autores sobre la exactitud de las reglas definidas, no obstante es preferible asignar valores intermedios (alrededor de 50%), pues se trata de

características que se clasificaron como probables, lo que indica que su presencia no es definitiva del diagnóstico, aunque no por ello se debe menospreciar la evidencia que ellas aportan.

- Umbral de activación para características incompatibles: La sola presencia de una característica definida como incompatible (con la conclusión) ocasiona que la regla sea descartada de inmediato, por lo tanto se debe ser cuidadoso(a) al definir las características incompatibles. Se recomienda asignar a este parámetro un valor elevado, aunque los criterios expresado para los parámetros anteriores también se cumplen para este.

4.3.2. Tipo de Intersección para Variables Difusas

La intersección para variables difusas se utiliza en los procesos de inferencia. Los hechos o características que se definen a través de una etiqueta lingüística difusa generan un cierto grado de presencia en las etiquetas próximas, es decir, al seleccionar una etiqueta se le asigna el máximo grado de pertenencia posible (1), a las otras etiquetas de la variable, se le calcula el grado de pertenencia según la intersección que formen con la etiqueta originalmente seleccionada.

El cálculo de las intersecciones es muy importante para el razonamiento aproximado, pues permite que las reglas se activen a partir de la presencia de características compatibles. El *shell* está dotado de 12 tipos o formas de intersección, 6 de las cuales son ajustables por medio de parámetros. En la siguiente tabla se muestran los tipos de intersección incorporados, donde a y b corresponden a los grados de pertenencia para dos etiquetas:

Tipo de Intersección	Fórmula	Rango del Parámetro
Zadeh (1965)	$\min(a,b)$	N/A
Promedio	$\frac{a+b}{2}$	N/A
Cuadrado del promedio	$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$	N/A
Raíz cuadrada del promedio	$\sqrt{\frac{a+b}{2}}$	N/A
Producto	$a.b$	N/A
Suma restringida	$\max[0, (a+b-1)]$	N/A
Dubois y Prade (1980)	$\frac{a.b}{\max(a,b,\alpha)}$	$\alpha \in (0,1)$
Yager (1980)	$1 - \min\left[1, \left((1-a)^w + (1-b)^w\right)^{1/w}\right]$	$w \in (0, \infty)$
Dombi (1982)	$\frac{1}{1 + \left[\left(\frac{1}{a}\right)^\lambda + \left(\frac{1}{b}\right)^\lambda\right]^{1/\lambda}}$	$\lambda \in (0, \infty)$
Frank (1979)	$\log_s \left[1 + \frac{(s^a - 1)(s^b - 1)}{s - 1}\right]$	$s \in (0, \infty)$
Schweizer y Sklar (1961)	$\max\left[0, (a^{-\rho} + b^{-\rho} - 1)^{-1/\rho}\right]$	$\rho \in (-\infty, \infty)$
Hamacher (1978)	$\frac{a.b}{\gamma + (1-\gamma).(a+b-a.b)}$	$\gamma \in (0, \infty)$

Tabla 4.1 Tipos de intersección incorporadas en el *shell* para variables difusas.

La selección del tipo de intersección depende en buena medida de la experiencia y requerimientos de quienes definan el sistema experto. En general, se pueden obtener resultados satisfactorios recurriendo al uso de las formas más simples de intersección como Zadeh o promedio.

4.4. Información Estadística de los Casos

Cada problema de diagnóstico que se plantea dentro de un sistema constituye un “caso”, el *shell* asigna un número consecutivo de control para cada caso. Es posible definir hasta 20 elementos estadísticos asociados a los casos. Un caso se considera activo hasta que sea eliminado, o hasta alcanzar un diagnóstico definitivo y se decida guardarlo como información histórica. La información requerida para fines estadísticos es de carácter opcional, y en esencia se trata de una pregunta de libre redacción. Cada interrogante podrá ser de hasta 20 dígitos de largo, y sus respuestas de hasta 30 dígitos de largo. La información estadística no incide directamente en el proceso de establecer el diagnóstico para un caso, y se mantiene mientras exista el caso, tanto en su etapa activa como histórica.

El *shell* no impone restricciones con respecto al número de casos que pueden estar activos en un momento dado, aun cuando no se recomienda la acumulación de los mismos, pues esto dificulta su selección y mantenimiento. Los casos activos se alojan en archivos independientes de la información histórica. La información histórica permite mejorar la definición de las reglas, pues se traduce en estadísticas que indican la frecuencia de aparición de las características y manifestaciones presentes en los casos.

4.5. Categorías y Elementos de Diferenciación

Para cada sistema de diagnóstico se pueden definir hasta 2 elementos de diferenciación, cada uno de ellos puede estar conformado por hasta 32 categorías. El uso de estas categorías es opcional, y su finalidad es restringir la aplicabilidad de las reglas. Las categorías pueden ser simples o compuestas, es decir, una categoría puede abarcar a otras. Al plantear un caso que debe ser diagnosticado, sólo se pueden seleccionar las categorías simples, al momento de hacer las inferencias el *shell* verifica

las restricciones de aplicación con base en los elementos de diferenciación y sus categorías. Por ejemplo para un sistema de diagnóstico aplicable a la medicina, se pueden definir los elementos de diferenciación “Sexo” y “Edad”. El elemento de diferenciación “Sexo” puede estar conformado por las categorías “Masculino” y “Femenino”. Para el elemento de diferenciación “Edad”, se pueden definir las categorías “Neonato”, “Infante”, “Adolescente”, “Adulto”, “Anciano”, y una categoría adicional denominada “Edades extremas” que comprendería a “Neonato”, “Infante” y “Anciano”.

4.6. Variables

El *shell* permite definir distintos tipos de variables, su selección depende fundamentalmente de los posibles valores que estas deben asumir y de la precisión con la cual se conoce la información que estas representan. Las variables en el *shell* se identifican por códigos alfanuméricos de 8 dígitos, de los cuales los dos últimos se asignan automáticamente, así el código de la variable termina en las letras “VL” o “VP”. Los tipos de variables admitidas son:

- Difusas
- Lingüísticas discretas
- Serie de valores
- No difusas

4.6.1. Variables Difusas

Las variables difusas, asumen valores en un intervalo de números reales, estos valores se agrupan en etiquetas facilitando la representación de los conocimientos en forma de reglas. El grado de pertenencia queda determinado por la función que se utilice para definir a la variable. En el *shell* estas variables establecen relaciones a partir de comparaciones con las etiquetas que la caracterizan.

El *shell* dispone de una opción para el control de las variables lingüísticas difusas, la misma registra la siguiente información para cada variable: código y descripción de la variable, tipo de función de pertenencia, número de etiquetas, rango de valores (desde-hasta), y la descripción y los parámetros correspondientes a cada una de sus etiquetas. Cada variable lingüística difusa puede poseer hasta 9 etiquetas. Para registrar los hechos, los usuarios pueden expresar los valores de estas variables seleccionando la etiqueta apropiada o escribiendo directamente el valor, cuando este se conozca.

4.6.2. Variables Lingüísticas Discretas

Las variables lingüísticas discretas han sido incorporadas en el *shell*, para evitar la definición de intervalos de números reales que pueden resultar confusos en ciertos contextos, y para obviar la necesidad de buscar funciones matemáticas que produzcan aproximaciones satisfactorias, según el modelo propuesto. Para este tipo de variables se especifican directamente las etiquetas, sus grados de pertenencia, y un porcentaje de compatibilidad entre ellas. Para cada variable lingüística se puede definir entre 1 y 9 etiquetas. Definir el grado de compatibilidad entre etiquetas es opcional, y dicha compatibilidad puede ser asimétrica. Al definir reglas o al expresar los hechos la asignación de valores se hace tomando como referencia una de las etiquetas previamente definidas.

4.6.3. Variables Definidas por Serie de Valores

Las variables definidas por serie de valores, se asocian a etiquetas únicas, para las cuales se definen rangos de valores reales. El grado de pertenencia para cada valor del intervalo se define directamente o se calcula por interpolación a partir de valores próximos. Para cada variable de este tipo se pueden definir hasta 100 puntos o segmentos que definen el grado de pertenencia para sus posibles valores.

La aplicabilidad de este tipo de variables es limitada, aunque resultan útiles para asignar determinados grados de pertenencia. Las comparaciones que se pueden establecer para este tipo de variables en la definición de reglas se refieren tanto a su propio valor como al grado de pertenencia asociado. Durante la definición de hechos, los usuarios suministran directamente los valores, a partir de ellos y de la definición de las variables, se establecen los grados de pertenencia que pueden ser utilizados para evaluar las reglas.

4.6.4. Variables No Difusas

El *shell*, permite la definición de variables que no están asociadas a grados de pertenencia. Su evaluación se refiere exclusivamente a los valores asumidos. Estas variables pueden ser: de tipo presente/ausente, numéricas acotadas, numéricas libres, alfanuméricas acotadas, y alfanuméricas libres. Todas ellas pueden almacenar valores de hasta 8 dígitos de longitud independientemente de la unidad o sistema de medición utilizado.

4.7. Funciones de Pertenencia

Las funciones de pertenencia se utilizan para calcular la correspondencia entre los valores de las variables difusas y sus etiquetas lingüísticas. Por lo general, el nombre de la función de pertenencia está asociado a la forma del gráfico que se obtiene para cada etiqueta. El *shell*, admite 11 tipos de funciones para definir variables difusas, las mismas son:

- Triangular
- Trapezoidal
- Campana de Gauss
- Campana de Gauss combinada
- Campana generalizada
- Curva sigmoideal
- Combinación sigmoideal
- Diferencia sigmoideal

- Curva en forma de S
- Curva en forma de Z
- Curva PI (SZ)

4.7.1. Función de Pertenencia Triangular

Este tipo de función es muy utilizada para representar conceptos aproximados, su comportamiento es fácilmente predecible, es decir, al definir los parámetros se puede anticipar el gráfico que se obtendrá y las áreas solapadas entre etiquetas. Utiliza 3 parámetros que definen un triángulo, la cúspide del mismo tiene grado de pertenencia igual a uno, y sus otros vértices tienen grado de pertenencia igual a cero. La fórmula general de esta función y su forma típica son:

Fig. 4.2. Función de pertenencia: Triangular

4.7.2. Función de Pertenencia Trapezoidal

Este tipo de función se puede considerar como una generalización de la función triangular, ampliándose sus posibilidades de uso al incorporar un cuarto elemento que permite definir un intervalo en el cual la etiqueta alcanza el grado de pertenencia máximo (1). Las ventajas de usar funciones de pertenencia triangular, también son aplicables para esta función. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.30. Función de pertenencia: Trapezoidal

4.7.3. Función de Pertenencia Campana de Gauss

Este tipo de función también se denomina exponencial, constituye una buena representación de procesos naturales que impliquen variaciones progresivas, se adapta con precisión a la noción de números difusos, aun cuando su uso no resulta intuitivo, y puede requerir varios ensayos hasta obtenerse los parámetros que produzcan el comportamiento esperado. Utiliza 2 parámetros. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.4. Función de pertenencia: Campana de Gauss

4.7.4. Función de Pertenencia Campana de Gauss Combinada

Se trata de una variante de la función campana de Gauss. Utiliza 4 parámetros para definir por separado el lado izquierdo y lado derecho de la curva. Esto le permite adaptarse mejor al comportamiento de ciertos procesos, aun cuando dificulta su uso. La fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.5. Función de pertenencia: Campana de Gauss combinada

4.7.5. Función de Pertenencia Campana Generalizada

Esta función produce valores que se distribuyen a partir de un punto central, dando origen a figuras con forma de campana. Su implementación resulta relativamente sencilla, y sus parámetros permiten adaptar la función a un gran número de requerimientos. Utiliza 3 parámetros que determinan el ancho, la pendiente en el punto de inflexión y el centro respectivamente de la curva. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.6. Función de pertenencia: Campana generalizada

4.7.6. Función de Pertenencia Curva Sigmoidal

Este tipo de función corresponde a variaciones (incrementos o decrementos) progresivos de valores no lineales. Se trata de variaciones del grado de pertenencia de un extremo al otro. El punto de inflexión del gráfico se ubica en el valor que alcanza el 50% del grado máximo de pertenencia. Esta función utiliza dos parámetros, el primero de ellos determina el sentido (+/-) y la pendiente de la curva en el punto de inflexión, el segundo determina el punto de inflexión cuando se alcanza el 50% del grado de pertenencia máximo (0.5). Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.7. Función de pertenencia: Curva sigmoideal

4.7.7. Función de Pertenencia Combinación Sigmoideal

Se trata de una función que se deriva del producto de dos curvas sigmoideales, que pueden definir una parte creciente y otra decreciente, una vez alcanzado el grado máximo de pertenencia de la función. Utiliza 4 parámetros, los dos primeros definen el lado izquierdo de la curva, los otros dos el derecho. Se debe tener especial cuidado al definir funciones de este tipo, para garantizar que la función esté normalizada (ver definición II.16). Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.8. Función de pertenencia: Combinación sigmoideal

4.7.8. Función de Pertenencia Diferencia Sigmoidal

Esta función queda definida por la diferencia de dos curvas sigmoidales. Esta función guarda estrecha relación con la función combinación sigmoidal, la diferencia fundamental está dada por la posibilidad de definir la pendiente positiva y negativa de la curva, sólo utilizando parámetros positivos. Ver las características y limitaciones señaladas en la sección anterior (sección 4.7.7). A continuación está la fórmula general y forma típica de esta función:

Fig. 4.9. Función de pertenencia: Diferencia sigmoidal

4.7.9. Función de Pertenencia Curva en Forma de S

Este tipo de función se vincula a distribuciones acumulativas de probabilidad. Utiliza 2 parámetros, el primero indica el punto en cual el grado de pertenencia comienza a crecer (deja de ser cero), y se mantiene el crecimiento progresivo hasta alcanzar el segundo parámetro, a partir de dicho valor permanece constante e igual a uno. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.10. Función de pertenencia: Curva en forma de S

4.7.10. Función de Pertenencia Curva en Forma de Z

Esta función es similar a la “curva en forma de S” pero de sentido inverso. Utiliza dos parámetros, el primero indica el punto en cual el grado de pertenencia comienza a decrecer (deja de ser uno), y se mantiene disminuyendo, progresivamente, hasta alcanzar el segundo parámetro, a partir de dicho valor, permanece constante e igual a cero. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.11. Función de pertenencia: Curva en forma de Z

4.7.11. Función de Pertenencia Curva PI (SZ)

Esta función surge de la combinación de una curva en forma “S” y otra en forma de “Z”, lo cual proporciona variaciones suaves e independientes para ambos lados de la gráfica. Su uso es frecuente para representar valores difusos, en general permite plasmar los conceptos de forma bastante precisa, y su uso resulta práctico e intuitivo. Se define a través de 4 parámetros. Su fórmula general y forma típica son:

Fig. 4.12. Función de pertenencia: Curva PI (S.Z)

4.8. Modificadores Difusos

El uso de modificadores o prefijos (*Hedges*) en los sistemas difusos, se refiere a la definición de elementos lingüísticos que alteran el grado de pertenencia de la variable difusa a su correspondiente conjunto. Ejemplo de estos prefijos son: (“algo”, “muy”, “bastante”, “extremadamente”, etc.). El uso de estos prefijos, es similar al empleo de adjetivos y adverbios en oraciones de idiomas como el español o el inglés.

El Prof. Lotfi Zadeh, definió el prefijo “muy” (“*very*”), para intensificar el valor de una variable, modificando su grado de pertenencia, que sería igual al cuadrado del valor original. Similarmente consideró el Prof. Zadeh, que el prefijo “algo” (“*somewhat*”), que reduce la intensidad del concepto expresado debía ser igual a la raíz cuadrada del valor original.

Teóricamente no existe restricción en cuanto al número de prefijos que se pueden utilizar para modificar el valor de una variable lingüística. Sin embargo el orden y cantidad de prefijos utilizados puede hacer variar significativamente el resultado de su evaluación.

El uso de modificadores difusos puede dar origen a situaciones como la siguiente: Sea $A = \{Bajo, Promedio, Alto\}$ un conjunto difuso que define la estatura de una persona, y $B = \{Algo, Muy\}$ los posibles prefijos definidos. Podría decirse que alguien es “*Muy Muy Alto*”, en cambio no resulta tan claro definir a otra persona como “*Algo Algo Promedio*”, aún cuando en ambos casos sean correctos los cálculos que de esas expresiones se deriven. Para evitar situaciones como esas y en aras de reducir la imprecisión asociada a los conceptos y sus posibles interpretaciones, se optó por no incorporar el uso de modificadores en el *shell* desarrollado. Se consideró preferible que cada variable lingüística tenga explícitamente definidos sus posibles valores, esto debe ser tomado en cuenta al momento de definir las variables y sus etiquetas.

4.9. Tipos de Conclusión

Los diagnósticos que pueden obtenerse de los sistemas controlados por el *shell* se restringen a las conclusiones en ellos definidas. Las conclusiones sirven para expresar el consecuente de las reglas, al mismo tiempo que pueden formar parte de sus antecedentes, generándose así conclusiones conexas, dependientes o excluyentes.

Cada conclusión está identificada por un código único alfanumérico de 8 dígitos de largo, de los cuales los dos últimos son fijos y corresponden a las letras “CN”. Cada conclusión posee una descripción de hasta 30 dígitos de longitud. Dos conclusiones cualesquiera no pueden poseer una misma descripción, esta restricción no se aplica entre variables y conclusiones, en ese caso la diferenciación se realiza a partir de las letras finales de sus códigos (“VL” y “CN” respectivamente).

La definición de conclusiones es un paso previo al registro de reglas que hagan referencia a las mismas. En el *shell* es posible definir conclusiones de dos tipos: difusas y no difusas, ambas pueden coexistir en un mismo sistema, y hasta definir un mismo diagnóstico. La creación y control de conclusiones se realiza por sendas opciones disponibles desde el menú de la aplicación.

4.9.1. Conclusiones Directas

Para definir una conclusión no difusa sólo se requiere asignar un código y una descripción. Las conclusiones directas sólo pueden asumir los valores “Presente” o “Ausente” e implican evaluaciones simples e independientes de las reglas que las definen. Una vez alcanzado el final del proceso de inferencia se selecciona cada posible conclusión a partir de la regla que presente mayor grado de evidencia o posibilidad de ocurrencia. Cuando más de una regla o grupo de evidencias compartan la máxima posibilidad de ocurrencia para una misma conclusión, el criterio de selección se rige por el orden de ocurrencia.

4.9.2. Conclusiones Difusas

Este tipo de conclusiones sólo es posible definirlo para variables lingüísticas difusas, previamente registradas. Las mismas conservan la descripción original de la variable difusa, y los seis primeros dígitos de su código. Para cada conclusión se establece el tipo de inferencia que se utilizará (Mamdani o Sugeno), así como la forma

de precisar sus salidas, esto permite diseñar sistemas expertos que utilicen simultáneamente ambas formas de inferencia.

Estas conclusiones son especialmente útiles para diagnósticos que pueden asumir diferentes valores referidos a un mismo concepto, enfermedad o problema. El espectro de posibles valores para estas conclusiones lo definen las etiquetas de las variables difusas asociadas. Cuando los consecuentes de varias reglas se refieren a una misma conclusión difusa con diferentes valores, la conclusión definitiva se obtiene combinando todas esas conclusiones parciales y sus respectivas evidencias.

4.10. Inferencia Difusa

Cuando el consecuente de una regla corresponde a una conclusión difusa, se está indicando que esa regla debe ser evaluada aplicando el método de inferencia seleccionado para la conclusión. El *shell* desarrollado incorpora dos métodos alternos para el proceso de inferencia aplicable a las conclusiones difusas, esos métodos se conocen por los apellidos de sus autores, ellos son: Mamdani y Sugeno. De manera general estos procesos se desarrollan en cuatro pasos:

1. El primer paso es difuminar las entradas o calcular valores difusos para las entradas precisas, lo que implica determinar su grado de pertenencia a las etiquetas de las variables lingüísticas.
2. El segundo paso es evaluar las reglas, esto comprende la verificación de los antecedentes de las reglas, la aplicación de los operadores difusos y realizar las implicaciones correspondientes para determinar consecuentes a partir de los antecedentes.
3. El tercer paso es agregar las salidas de las reglas activadas (*Aggregation*), aquí se combinan las conclusiones parciales o salidas generadas durante la etapa previa del proceso.

- El cuarto paso es determinar el valor preciso de las salidas agregadas (*defuzzification*), esto consiste en calcular un valor específico y representativo de las conclusiones parciales.

4.10.1. Inferencia Difusa Tipo Mamdani

Este método de inferencia (ver definición II.29) se aplica a la evaluación de reglas con conclusiones difusas. Cada conclusión puede tomar el valor de una determinada etiqueta de la variable, así su salida se corresponde con los valores de la etiqueta hasta el grado de pertenencia alcanzado según la evaluación de los antecedentes. La agregación de las salidas para este método, consiste en la unión de todas las etiquetas referidas a una misma conclusión tomadas con su mayor grado de pertenencia. Las salidas agregadas sirven para calcular la salida precisa de la conclusión, para ello se aplica una de las cinco fórmulas incorporadas en el *shell* (ver sección 4.11). En la siguiente figura se ilustran los pasos o etapas del proceso de inferencia según el método de Mamdani.

Fig. 4.13. Pasos del método de inferencia de Mamdani.

4.10.2. Inferencia Difusa Tipo Sugeno

El método de Sugeno o método de inferencia de Takagi-Sugeno-Kang (ver definición II.30) es una variante del método de Mamdani, que simplifica el proceso al definir las salidas de las reglas como una función de sus antecedentes. En el caso

específico del *shell* desarrollado, las salidas serán valores constantes de las variables (*singletons*) definidos por los usuarios. La agregación de las salidas para este método consiste en la unión o combinación de los valores especificados como consecuentes de las reglas activadas, luego se precisa el valor de la conclusión determinando su promedio ponderado (ver sección 4.11) según el grado de pertenencia correspondiente a cada salida o conclusión parcial. En la siguiente figura se ilustran los pasos o etapas del proceso de inferencia según el método de Sugeno.

Fig. 4.14. Pasos del método de inferencia de Sugeno.

4.11. Formas de Precisar las Salidas Difusas

Como se ha expuesto en la sección 4.10, la última etapa del proceso de inferencia difusa está destinada a generar resultados precisos y representativos de las conclusiones parciales que se pudiesen haber inferido. Las conclusiones parciales pueden contener cierto grado de ambigüedad, por lo que las salidas precisas determinan las conclusiones según su posibilidad de ocurrencia a partir de la evidencia suministrada. En el *shell* se han incorporado seis técnicas para precisar las salidas difusas, de las cuales cinco son aplicables con el método de Mamdani, y una con el de Sugeno. Las formas incorporadas para precisar las salidas difusas son:

- Centro de Gravedad (CoG)
- Centro de las Sumas (CoS)
- Primer Máximo (FoM)
- Último Máximo (LoM)

- Medio Máximo (MoM)
- Promedio Ponderado

4.11.1. Centro de Gravedad

Esta forma de precisar las salidas difusas se aplica con el método de Mamdani, también se le denomina técnica del centroide, y se suele identificar por sus siglas en inglés (*CoG, Center of Gravity*). La técnica consiste en determinar el punto donde una línea vertical puede dividir a la región difusa determinada por las salidas agregadas de las reglas, en dos de igual masa, es decir, el centro de gravedad. Esta técnica es ampliamente utilizada por producir salidas muy representativas de las conclusiones parciales. El cálculo de las salidas precisas se determina a partir de la siguiente fórmula:

$$u = \frac{\int_u u \cdot \mu_u(u) du}{\int_u u \cdot \mu(u) du}$$

Dada la dificultad de programar las rutinas necesarias para resolver esas integrales, se suele recurrir a la aproximación que se obtiene al calcular el centro de gravedad empleando la fórmula:

$$u = \frac{\sum_{k=1}^l u_k \cdot \mu_u(u_k)}{\sum_{k=1}^l \mu_u(u_k)}, \text{ donde } l \text{ es la cantidad de reglas activadas para esa conclusión.}$$

4.11.2. Centro de las Sumas

Esta técnica suele identificarse en la literatura, por sus siglas en inglés (*CoS, Center of Sums*). Se aplica con el método de Mamdani. Este método es similar al del centroide, pero su implementación puede resultar mucho más eficiente ya que no se descartan las áreas solapadas al evaluar las salidas agregadas, por lo que es posible que estas se consideren más de una vez. Su fórmula para valores continuos es:

$$u = \frac{\int_u \sum_{i=1}^n \mu u_i(u) \cdot du}{\int_u \sum_{i=1}^n \mu u_i(u) \cdot du}, \text{ donde } n \text{ es la cantidad de reglas activadas para esa conclusión.}$$

En caso de valores discretos o por la dificultad de calcular las integrales, se puede aplicar la fórmula:

$$u = \frac{\sum_{k=1}^l u_k \cdot \sum_{i=1}^n u_i(u_k)}{\sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n \mu u_i(u_k)}, \text{ donde } l \text{ es la cantidad de reglas activadas para esa conclusión.}$$

4.11.3. Primer Máximo

Esta forma de precisar las salidas se basa en seleccionar el menor valor en el dominio del universo de discurso U , que alcance el máximo grado de pertenencia en el conjunto difuso. Sus siglas en inglés son (*FoM, First of Maxima*). Se aplica con el método de Mamdani. La fórmula aplicable para esta técnica es:

$$u = \min\{u \in U \mid \mu_u(u) = \max U\}$$

4.11.4. Último Máximo

La aplicación de esta técnica corresponde al método de Mamdani, y consiste en seleccionar el mayor valor en el dominio del universo de discurso U , que alcance el máximo grado de pertenencia en el conjunto difuso. La técnica también es conocida por sus siglas en inglés (*LoM, Last of Maxima*). Su fórmula es:

$$u = \max\{u \in U \mid \mu_u(u) = \max U\}$$

4.11.5. Medio Máximo

Esta forma de precisar las salidas corresponde a un promedio de las dos técnicas anteriores (FoM, LoM). El resultado se calcula al promediar los valores extremos del

dominio del universo de discurso U , que alcancen grados de pertenencia máximo, en el conjunto difuso. La técnica es aplicable para los procesos de inferencia tipo Mamdani. Sus siglas en inglés son el acrónimo de (*Middle of Maxima*). La fórmula aplicable para esta técnica es:

$$u = \frac{\min\{u \in U | \mu_u(u) = \max U\} + \max\{u \in U | \mu_u(u) = \max U\}}{2}$$

4.11.6. Promedio Ponderado

El promedio ponderado es equivalente a calcular el centro de gravedad para valores discretos. En el *shell* desarrollado, esta técnica constituye la forma de precisar las salidas para conclusiones de tipo Sugeno. En idioma inglés esta técnica se denomina *Weighted Average (WA)*. Los cálculos se realizan aplicando la fórmula:

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n \mu u_i \cdot u_i}{\sum_{i=1}^n \mu u_i}, \text{ donde } n \text{ es la cantidad de reglas activadas para la conclusión.}$$

4.12. Reglas de Inferencia

En los sistemas expertos se acostumbra utilizar estructuras condicionales para representar los conocimientos, estas estructuras se denominan reglas de producción, reglas de inferencia o simplemente reglas si el contexto así lo permite. Cuando en las reglas los antecedentes, los consecuentes, o ambas partes, contienen variables difusas se habla de reglas difusas (ver definición II.5).

En el *shell* desarrollado se dispone de una opción para la definición y control de las reglas. Cada regla permite alcanzar una única conclusión. Es posible definir hasta 99 reglas para una misma conclusión, aun cuando se espera que cada conclusión sea definida empleando una sola regla. El consecuente de las reglas puede referirse a

conclusiones difusas y no difusas (ver sección 4.9), en tanto que sus antecedentes se constituyen de variables de cualquiera de los tipos incorporados (ver sección 4.6), de otras conclusiones y/o de combinaciones de estos elementos.

4.12.1. Información Requerida para Definir Reglas

La definición de una regla requiere de la siguiente información: una conclusión y un valor relacionado que conforman el consecuente, además de un conjunto de características, valores y relaciones que definen los antecedentes de la regla. Adicionalmente el *shell* puede utilizar los siguientes datos para completar la definición de las reglas:

- Un código alfanumérico de 8 dígitos, de los cuales los 6 primeros corresponden a los del código de la conclusión, y los 2 subsiguientes sirven de correlativo numérico para diferenciar las reglas referidas a una misma conclusión.
- El nombre del autor o responsable de definir la regla. El *shell* por defecto utiliza el nombre del usuario activo, sin embargo es posible modificar este campo y colocar otro valor cuya longitud no supere los 30 dígitos.
- La fecha de última actualización, es un campo que asigna automáticamente el *shell*, y se establece a partir del reloj interno del computador.
- Hasta dos campos de restricción según las categorías y elementos de diferenciación definidos para el sistema en uso. El uso de estos campos es opcional y sólo se deben emplear cuando las reglas son aplicables a determinadas categorías. Las restricciones aquí especificadas son independientes entre sí. Para cada elemento de diferenciación que se desee restringir se puede seleccionar una categoría simple o compuesta (ver sección 4.5).
- Las características, los operadores relacionales, los elementos de comparación, la importancia relativa y la posibilidad de ocurrencia de los grupos de antecedentes definidos.

4.12.2. Antecedentes de las Reglas

El objetivo de definir reglas en los sistemas implementados en el *shell*, es establecer posibles diagnósticos mediante la verificación de coincidencias entre síntomas, signos, o características esperadas y encontradas. Las características a las que se puede hacer referencia en un sistema deben estar previamente definidas en forma de variables y/o de conclusiones. Cada característica usada como antecedente en una regla va acompañada de una relación y de un valor, que en conjunto definen la condición que debe ser evaluada. Dependiendo de la forma usada para definir las características, varían sus posibles relaciones y valores. En la siguiente tabla se muestra un resumen de las características según la forma en que fueron definidas, y el tipo de evaluaciones soportadas.

Forma en cual se definió la característica	Posibles relaciones de comparación	Posibles valores de referencia	Propósito de la evaluación
Conclusión	ESTÁ	PRESENTE AUSENTE	Verificar la presencia de la característica.
Variable difusa	ES ES > ES < ES >= ES <= NO ES	Las etiquetas definidas para la variable	Comparar el valor de la variable vs. el valor de referencia.
Variable lingüística discreta	ES ES > ES < ES >= ES <= NO ES	Las etiquetas definidas para la variable	Comparar el valor de la variable vs. el valor de referencia.
Variable por serie de valores	VALOR = VALOR > VALOR < VALOR >= VALOR <= VALOR <>	Números reales dentro del intervalo para el cual se definió a la variable.	Comparar el valor de la variable vs. el valor de referencia.
	PERT. = PERT. > PERT. < PERT. >= PERT. <= PERT. <>	Números reales pertenecientes al intervalo [0,1]	Comparar el grado de pertenencia de la variable vs. el valor de referencia.

Variable no difusa	VALOR = VALOR > VALOR < VALOR >= VALOR <= VALOR <>	Valores alfanuméricos libres o restringidos según la definición de la variable	Comparar el valor de la variable vs. el valor de referencia.
--------------------	---	--	--

Tabla 4.2. Tipos de relaciones y valores, disponibles para evaluar características.

Las características que pueden formar parte de los antecedentes de las reglas han sido clasificadas en tres categorías: esenciales, probables, e incompatibles. Cada regla puede contener hasta 32600 características distribuidas libremente en las tres categorías señaladas.

Las características esenciales son aquellas que siempre están presentes para un determinado tipo de problema, es decir, se espera que aparezcan en el conjunto de hechos para todos los casos cuyo diagnóstico definitivo corresponda a la referida regla, su probabilidad de ocurrencia se estima en 100%. Las características probables son las de uso más frecuente, permiten conformar grupos de antecedentes que reflejan la relación causa-efecto. Los grupos se evalúan individualmente luego de verificarse las características no compatibles y las esenciales, cada característica probable contribuye a determinar la validez de la conclusión. Las características no compatibles se evalúan individualmente y la presencia de cualquiera de ellas en un problema de diagnóstico indica que no se continúe evaluando la regla, pues su conclusión carece de sentido en ese caso. La probabilidad de ocurrencia para las características no compatibles es nula; su incorporación resulta útil para el establecimiento de diagnósticos diferenciales y para reducir el número de reglas que se activan durante los procesos de consulta. Los diagnósticos diferenciales se requieren cuando los síntomas, signos y características son comunes a dos o más diagnósticos y sólo unos pocos elementos aportan evidencia que permiten su identificación.

En la categoría de características probables se considera que se está definiendo un nuevo grupo al seleccionar el operador “O” para una característica, y este se mantiene hasta la aparición de otro operador del mismo tipo. Las características de un mismo grupo se vinculan por el operador “Y”, aun cuando este no se haya seleccionado explícitamente. Al finalizar de definir las reglas se completan los operadores requeridos y se eliminan los innecesarios. Los posibles valores para el campo operador son: “Y”, “O”, y Nulo.

A cada grupo de características probables se le puede asignar una posibilidad de ocurrencia que representa el nivel de certeza que se tiene acerca del diagnóstico en función de la coincidencia con los hechos. En los grupos es posible asignar un porcentaje de importancia relativa a las características, esto permite valorar el nivel de evidencia que aporta cada característica en la determinación del diagnóstico. El total de importancia relativa asignado en un grupo no puede ser superior a 100%, la importancia relativa no asignada se distribuye equitativamente entre las características del grupo para las que no se especificó este parámetro.

4.12.3. Conclusiones de las Reglas

Cuando se satisfacen las condiciones que constituyen los antecedentes de una regla, se concluye que el consecuente de la misma es cierto; dicho consecuente es el diagnóstico, definido en forma de conclusión más un valor que se asigna a la misma. Los valores admitidos para las conclusiones no difusas son: “Presente” y “Ausente”, para las conclusiones difusas de tipo Mamdani los posibles valores son las etiquetas definidas para la variable lingüística asociada, en tanto que, para las conclusiones difusas tipo Sugeno, los posibles valores son números reales pertenecientes al intervalo para el cual se definió la variable difusa asociada.

4.13. Cuestionarios

Los cuestionarios son listas de características que se definen para facilitar el registro de los hechos durante la fase de diagnóstico y pueden servir de guía con respecto al tipo de revisión y exámenes que se deben practicar para lograr determinado tipo de diagnósticos. Cada sistema puede contener hasta 9999 cuestionarios. Los cuestionarios se componen de los siguientes elementos:

- Un código numérico consecutivo de 4 dígitos de longitud.
- Una definición o descripción que puede contener hasta 30 caracteres alfanuméricos.
- El nombre del autor del cuestionario. El *shell* asigna inicialmente el nombre del usuario pero esta información puede ser cambiada para registrar cualquier valor alfanumérico de hasta 30 dígitos.
- La fecha de última actualización, este dato es asignado automáticamente por el *shell* a partir del reloj interno del computador.
- El conjunto de características que lo integran. Un cuestionario puede contener hasta 32600 características, y estas mantienen el orden en el cual fueron definidas.

El uso de cuestionarios es opcional, los usuarios pueden seleccionar tantos de ellos como se requieran para cada consulta, las características comunes de los cuestionarios seleccionados no aparecen duplicadas, es decir, sólo se incluyen una vez en la lista de hechos y datos durante el registro del caso en los procesos de diagnóstico.

4.14. Diagnosticar

El *shell* incorpora una opción para realizar los diagnósticos, en ella los usuarios registran los hechos o datos correspondientes al caso. A cada nuevo planteamiento o problema se le asigna un número de caso, el usuario debe suministrar la información del sujeto y de los hechos que caracterizan al problema, esta información se refiere a:

- Una descripción o identificación del sujeto para el cual se requiere el diagnóstico. Este campo puede contener valores alfanuméricos de hasta 30 dígitos de longitud.
- Una selección de los cuestionarios que se deben aplicar para facilitar la incorporación de los síntomas, signos o características correspondientes al problema. Cada cuestionario se selecciona de una lista desplegable, los ya seleccionados aparecen marcados con una flecha “←”.
- Por cada elemento de diferenciación definido en el sistema se puede seleccionar la categoría a la cual pertenece el sujeto. Aquí sólo se permite la selección de categorías simples, es decir, de aquellas que no incluyen a otras.
- La información estadística que se haya definido. Por cada sistema se pueden definir hasta 20 datos que se consideran de utilidad para fines estadísticos posteriores.
- El conjunto de características, síntomas, y signos identificados o conocidos del caso, sus relaciones y valores. Del recuadro de hechos y datos sólo se consideran para fines diagnósticos aquellas características provistas de sus respectivas relaciones y valores.

Cada síntoma, signo o característica se incorpora al sistema a través de las conclusiones y variables definidas en el sistema. En la siguiente tabla se muestra un resumen del tipo de valores y relaciones permitidas para registrar los hechos en un problema de diagnóstico:

Tipo de característica	Posibles relaciones	Posibles valores
Conclusión	ESTÁ	PRESENTE AUSENTE
Variable difusa	ES	Las etiquetas definidas para la variable
	VALOR =	Números reales dentro del intervalo para el cual se definió a la variable.
Variable lingüística discreta	ES	Las etiquetas definidas para la variable
Variable por serie de valores	VALOR =	Números reales dentro del intervalo para el cual se definió a la variable.

Variable no difusa	VALOR = ESTÁ	Valores alfanuméricos libres o restringidos según la definición de la variable
--------------------	-----------------	--

Tabla 4.3. Tipos de relaciones y valores, disponibles para registrar los hechos.

La lista de hechos y datos puede contener hasta 32600 ítems, cada uno conformado por una identificación (código y descripción), una relación, y un valor. Cuando se utilizan cuestionarios, el usuario debe seleccionar la relación y el valor que complete la información disponible. Para incorporar nuevos hechos se selecciona la variable o conclusión apropiada con su respectiva relación y valor. Cuando no se puede establecer el vínculo característica-relación-valor, el sistema hace caso de esos datos.

Una vez ingresada la información que define al caso se puede solicitar al sistema que realice el diagnóstico o se puede intentar verificar una hipótesis, se pueden realizar modificaciones y solicitar nuevas respuestas. Los casos registrados en un sistema se mantienen activos hasta que el usuario decida eliminarlo o asignarle el diagnóstico definitivo y convertirlo en un caso histórico.

Si al solicitar un diagnóstico el sistema no encuentra coincidencias y compatibilidad entre los datos del caso y la información contenida en las bases de conocimientos, se informará que no fue posible encontrar un diagnóstico y se sugerirá que el ingreso de información adicional y/o el ajuste de los parámetros empleados.

Las conclusiones encontradas al evaluar un caso se muestran en una tabla ordenada según sus posibilidades de ocurrencia, que son factores acumulativos de certidumbre para cada diagnóstico, en cada regla se considera el producto de la importancia relativa de las características coincidentes por la posibilidad de ocurrencia del diagnóstico. Así los diagnósticos aparecen en el orden preferencial en que deben ser considerados, pero no se debe interpretar ese valor como la probabilidad que se trate del diagnóstico

correcto. Para los diagnósticos que surgen de conclusiones difusas agregadas se pueden visualizar las conclusiones intermedias.

Para cada diagnóstico se muestra un nivel de inferencia, este valor indica el número máximo de reglas que se encadenaron para su inferencia. Cada vez que la conclusión de una regla implica la incorporación de otra por formar parte de sus antecedentes se incrementa en 1 el nivel de inferencia. Los diagnósticos con nivel de inferencia igual a 1 son producto de la evaluación directa de una regla. A medida que aumenta el nivel de inferencia asociado a un diagnóstico se debe tener menor confianza en el mismo, pues es producto de sucesivos procesos de inferencia que pueden incorporar y acumular errores.

Para cada diagnóstico se muestra la regla que permitió su inferencia con mayor grado de certeza, y de esta el grupo probabilístico con mayor posibilidad de ocurrencia, el porcentaje de satisfacción alcanzado al comparar las características del caso con las de la regla, el código de la conclusión alcanzada y un enlace al archivo de referencia vinculado a ella que muestra un archivo en formato .PDF.

4.15. Funcionamiento del *Shell*

El *shell* incorpora una opción para realizar los diagnósticos, en ella los usuarios registran los hechos o datos correspondientes al caso. A cada nuevo planteamiento o problema se le asigna un número de caso, el usuario debe suministrar la información

4.16. Datos Históricos

El *shell* incorpora una opción para realizar los diagnósticos, en ella los usuarios registran los hechos o datos correspondientes al caso. A cada nuevo planteamiento o problema se le asigna un número de caso, el usuario debe suministrar la información

4.17. Prueba del Software

Desde la planificación misma de este Trabajo, se han realizado un conjunto de pruebas y validaciones tendentes a garantizar la calidad del software desarrollado. Las revisiones preliminares se centraron en el diseño, los requerimientos y la arquitectura de la aplicación. Se aplicaron las técnicas de revisión de la caja blanca y de la caja negra.

La técnica de la caja blanca se refiere al conjunto de pruebas destinadas a la revisión de los detalles procedimentales de los programas, para verificar que su funcionamiento interno corresponde a las especificaciones del diseño. A estas pruebas también se les denominan de la caja de cristal. Para la aplicación de esta técnica se seleccionaron conjuntos de datos que pusieron a prueba los distintos caminos lógicos en los programas, cada estructura condicional que implicará una bifurcación en la ejecución fue probada en todas sus vertientes. Los ciclos o bucles fueron probados tanto con valores probables como en sus extremos operacionales; se probaron los cliclos simples y anidados. Se colocaron interrupciones en distintas partes de los programas para realizar inspecciones y cotejar los valores de variables y acumuladores con cálculos manuales realizados en paralelo. Se probaron las distintas estructuras de datos, se examinó el contenido de las bases datos para las distintas operaciones. Se utilizaron las herramientas de depuración del entorno de programación para detectar errores. Los distintos módulos fueron probados individualmente, en la medida en que se iban desarrollando, luego se integraron en la aplicación y se probaron en conjunto.

Las pruebas de la caja negra son aquellas revisiones que se hacen empleando la interfaz de los programas, están destinadas a comprobar la operatividad de la aplicación, la existencia de las validaciones apropiadas, y la exactitud de las salidas entre otros aspectos. Estas pruebas también se denominan pruebas funcionales, y se realizaron atendiendo a los requisitos funcionales de la aplicación, se buscaron opciones faltantes o defectuosas, errores relativos a las interfaces, y errores en la integridad de los datos. Se crearon sistemas expertos de prueba, se definieron elementos para todas las categorías: variables, conclusiones, reglas, usuarios, cuestionarios, etc. Se sometió a prueba cada una de las opciones disponibles en el *shell*, se realizaron comprobaciones para los diferentes niveles de seguridad, se intentó el uso de opciones no permitidas y acciones que provocaron errores en la aplicación o prueba de malicia.

A continuación, se especifican los principales factores evaluados en las distintas etapas del Trabajo:

- Durante la fase de diseño:
 - Consistencia de la estructura de datos con los requerimientos de información y los objetivos propuestos.
 - Adecuación de los aspectos funcionales y estético de las interfaces al entorno de trabajo, a las estructuras de datos y a los objetivos generales.
 - Adecuación a los estándares y normas para el diseño de bases de datos. Se verificó el cumplimiento de la primera, segunda y tercera forma normal, es decir, se evitó la información duplicada en las bases de datos y se comprobó que cada atributo dependa completa y únicamente de su clave. Al mismo tiempo se consideraron los factores velocidad para la consulta y actualización de la información, además del factor facilidad de mantenimiento para los archivos.

- Distribución modular de los algoritmos y componentes de la aplicación, según su especificación por función e interfaz. En la definición de los módulos se procuró el equilibrio entre los factores de acoplamiento y cohesión, esto implica la independencia entre ellos, sin perder de vista el ideal de tener módulos con elementos que requieran pocas relaciones con elementos de otros módulos.
- Utilidad real de los algoritmos, esto es la capacidad y eficiencia para producir los resultados esperados, la lógica aplicada y la complejidad de su implementación, además del oportuno tratamiento de los errores.
- Durante la fase de codificación:
 - Verificar la correspondencia entre el código escrito de los programas y la aplicación diseñada.
 - Revisión de errores producto de la transcripción.
 - Seguimiento de los estándares de programación sugeridos para el lenguaje, esto incluye márgenes, estilo de letras, identificación de los objetos, técnicas de programación.
 - Conveniencia de los comentarios.
 - Uso oportuno de las variables, declaración de tipos, uso local o global.
- Otras pruebas realizadas para verificar la calidad de la aplicación, son:
 - Pruebas de rendimiento.
 - Pruebas de tolerancia a fallas.
 - Revisión de los manuales

...

BIBLIORAFÍA

- Buchanan, Davis, Shortliffe (1977)**, *Production Rules as a Representation for a Knowledge based Consultation Program*, Artificial Intelligence 8.
- Buchanan, Shortliffe (1984)**, *Rule-Based Expert Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, USA.
- Bunge (1983)**, *La investigación científica*, 2da Ed., Ariel methodos, Barcelona.
- Clancey, et al (1997)**, *Methods for Generating Explanations*, American Society for Computational Linguistics.
- Esogbue (1999)**, *Fuzzy Dynamic Programming, Fuzzy Adaptive Neuro Control, and the General Medical Diagnosis Problem*, Pergamon, Computer and Mathematics with Applications 37.
- Farreras, Rozman (1996)**, *Medicina Interna*, 13ava Ed., Mosby-Doyma libros S.A., Barcelona.
- Fellow, Zadeh (2000)**, *From Computing with Numbers to Computing with Words – From Manipulation of Measurements to Manipulation of Perceptions*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Intelligent Systems and Soft Computing.
- Folger y Klir (1988)**, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice-Hall International editions, USA.
- Gaines y Mamdani (1981)**, *Fuzzy Reasoning and its Applications*, Academic Press, New York.
- Gierl y Pollwein y Schmidt (1999)**, *Experiences with Case-Based Reasoning Methods and Prototypes for Medical Knowledge-Based Systems*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kandel (1986)**, *Fuzzy Mathematical Techniques with Applications*, Addison-Wesley Publishing Company, USA.

Kaufmann (1975), *Introduction to the theory of fuzzy subsets*, Academic Press, New York.

Lucas (1975), *Introduction to the theory of fuzzy subsets*, Academic Press, New York.

_____ (1999), *A Theory of Medical Diagnosis as Hypothesis Refinement*, Springer-Verlag, Berlin.

Mozetic (1991), *Hierarchical Model-Based Diagnosis*, International Journal of Man-Machine Studies 35 (Vol. 3).

Nau y Regia y Wang (1983), *Diagnostic Expert System Based on Set Covering Model*, International Journal of Man-Machine Studies 19.

Negoita (1985), *Expert Systems and Fuzzy Systems*, The Benjamin/Cummings Publishing Company Inc., Menlo Park, California.

Pauker y Szolovits (1978), *Categorical and Probabilistic Reasoning in Medical Diagnosis*, North-Holland Publishing Company, Artificial Intelligence 11.

Peña y Sipper (2000), *Evolutionary computation in medicine: an overview*, Elsevier, Artificial Intelligence in Medicine 19.

Puppe (1995), *Reflections on Building Medical Decision Support Systems and Corresponding Implementation in Diagnostics Shells D3*, University of Wuerzburg, Department of Medicine, Germany.

Shimura y Tanaka y Zadeh (1975), *Fuzzy sets and their applications to cognitive and decision processes*, Academic Press, New York.

Wu (1988), *Efficient Diagnosis of Multiple Disorders Based on a Symptom Clustering Approach*, MIT Laboratory for Computer Science, Cambridge, Massachusetts.

...

APENDICE A

DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

Este apéndice se incorporó para facilitar la lectura del informe, en él se incluyen, ordenadas alfabéticamente, las principales definiciones que aparecen en diversos capítulos. Se recomienda la revisión de estas definiciones cuando se haga referencia a ellas, o cuando queden dudas sobre el significado que estas puedan expresar en el contexto dado.

Definición II.14. (α -corte). Un α -corte de un conjunto difuso A , es un conjunto no difuso A_α que contiene todos los elementos del universo de discurso X , tales que su grado de pertenencia al conjunto A sea mayor o igual al valor especificado de α . Esta definición puede ser escrita como

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

Definición II.31. (Agregación). Es un proceso que permite combinar los conjuntos difusos, que representan las salidas de reglas, para formar un solo conjunto. Existen varias formas de agregación, por ejemplo tomar el máximo de cada categoría, el método “o probabilístico”, o simplemente tomar la suma de cada conjunto de salida.

Definición II.1. (Ambigüedad). Se refiere a lo que puede entenderse de varios modos o admitir distintas interpretaciones y dar por consiguiente motivo a dudas, incertidumbre o confusión. Lo ambiguo es: Incierto, dudoso o poco claro. En lo concerniente a la lógica difusa, ambiguo y difuso no son términos equivalentes.

Definición II.28. (Antecedente). Es una condición que precede al estado actual de un modelo. En los sistemas basados en reglas, se refiere a las premisas o variables

que se evalúan para tomar una decisión. Es el primero de dos términos de una relación de implicación, por oposición a consecuente.

Definición II.19. (Complemento de un número difuso). El complemento de un conjunto difuso A es especificado por la función $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ la cual asigna un valor $c(\mu_A(x))$ a cada grado de pertenencia $\mu_A(x)$. Este valor asignado corresponde al grado de pertenencia a la negación del concepto representado por A , para el elemento x . Existen formas especiales de complemento para los conjuntos difusos, por ejemplo los complementos del tipo Sugeno, y los del tipo Yager, que se definen así:

$$c_\lambda(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}, \text{ donde } \lambda \in (-1, \infty) \quad \text{Complemento tipo Sugeno}$$

$$c_w(a) = (1-a^w)^{1/w}, \text{ donde } w \in (0, \infty) \quad \text{Complemento tipo Yager}$$

Definición II.26. (Composición). La composición de dos relaciones binarias $P(X,Y)$ y $Q(Y,Z)$, se define como un subconjunto $R(X,Z)$ de $X \times Z$ tal que $(x,z) \in R$ si y sólo si existe por lo menos un $y \in Y$ tal que $(x,y) \in P$ y $(y,z) \in Q$. Dadas las relaciones binarias P, Q, R , su composición ($\circ$) debe satisfacer las siguientes tres propiedades:

$$P \circ Q \neq Q \circ P$$

$$(P \circ Q)^{-1} = Q^{-1} \circ P^{-1}$$

$$(P \circ Q) \circ R = P \circ (Q \circ R)$$

Definición II.10. (Conjunto difuso). Son conjuntos en los que se asigna a cada elemento del universo del discurso un valor que representa su nivel de pertenencia a esa categoría, es decir, su similitud o compatibilidad con el concepto que representa el conjunto difuso. Normalmente, el grado de pertenencia a un conjunto difuso, es un número real comprendido en el intervalo cerrado entre 0 y 1, donde 0 indica “no pertenece al conjunto” y valores superiores expresan niveles crecientes de

aproximación al concepto representado. Los conjuntos discretos pueden ser considerados como casos particulares de los conjuntos difusos, pues la absoluta pertenencia o no pertenencia al conjunto, se logra al asignar al grado de pertenencia los valores extremos del intervalo $[0,1]$.

Definición II.15. (Conjunto difuso convexo). Un conjunto difuso A es convexo si y sólo si todos sus α -cortes son convexos, es decir, el mismo debe cumplir con la siguiente condición:

$$\mu_A(\lambda r + (1-\lambda)s) \geq \min[\mu_A(r), \mu_A(s)], \text{ para todo } r, s \in \mathfrak{R}, \text{ y para todo } \lambda \in [0,1]$$

Definición II.16. (Conjunto difuso normalizado). Un conjunto difuso se denomina normalizado, cuando al menos uno de sus elementos tiene el mayor grado de pertenencia posible, normalmente igual a 1.

Definición II.11. (Elementos de un conjunto). Un conjunto puede ser descrito enumerando los elementos que lo constituyen (método por extensión) o mediante la especificación de las propiedades que deben poseer sus elementos (método por comprensión). La definición de conjuntos a través del método por extensión sólo es aplicable a conjuntos finitos. El conjunto V , cuyos miembros son las letras vocales del alfabeto español, se suele representar de la siguiente forma:

$V = \{a, e, i, o, u\}$	Según el método por extensión
$V = \{v \mid v \text{ es una vocal del alfabeto español}\}$ donde el símbolo $\mid$ denota “tal que”	Según el método por comprensión

Definición II.33. (Encadenamiento hacia atrás). El encadenamiento hacia atrás (*backward Chaining*), es una técnica usada en procesos de inferencia. Consiste en tomar un dato como consecuente y buscar en la base de conocimientos los posibles antecedentes, es muy útil para verificar hipótesis.

Definición II.34. (Encadenamiento hacia adelante). El encadenamiento hacia adelante (*forward Chaining*) es una técnica de inferencia que comienza con los datos conocidos y aplica el *modus ponens* sucesivamente hasta obtener los resultados correspondientes, suele ser útil cuando se dispone de una gran cantidad de datos que deben ser examinados.

Definición II.4. (Fórmula lógica). Son expresiones algebraicas compuestas de variables lógicas, y de las funciones negación, conjunción y disyunción.

Definición II.3.(Función lógica). Son las operaciones que permiten obtener variables lógicas a partir de otras o por combinación de sus valores.

Definición II.12. (Grado de pertenencia). La pertenencia de cada elemento x del universo de discurso X ($x \in X$) a un determinado conjunto A . Se puede expresar mediante una función característica μ . Para un conjunto discreto A , la función característica asigna un valor a cada elemento ($x \in X$) tal que:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } x \in A \\ 0 & \text{si y sólo si } x \notin A \end{cases}, \quad \text{Así } \mu_A : X \rightarrow \{0, 1\}$$

La función característica puede ser generalizada para los conjuntos difusos, ya no limitándose a asumir los valores extremos 0 y 1, y se denomina función de pertenencia. Para un universo de discurso X , la función de pertenencia μ asociada a un conjunto difuso A , generalmente es de la forma:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1], \text{ donde } [0, 1] \text{ denota el intervalo de números reales de 0 a 1, ambos inclusive}$$

Definición II.21. (Intersección de conjuntos difusos). La intersección entre dos conjuntos difusos A y B es definida por una función que toma por argumento el grado de pertenencia de cada elemento x del conjunto universal X a los conjuntos A y B , y le

calcula el grado de pertenencia a la intersección de ambos. De manera general, esta función se escribe

$$\mu_{A \cap B}(x) = i[\mu_A(x), \mu_B(x)], \text{ siendo la función de la forma } i : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Definición II.29. (Método de Mamdani). También conocido como el método “mín-implicación”. Es la forma de inferencia difusa más usada, fue propuesto en 1975 por el Prof. Ebrahim Mamdani de la Universidad de Londres, quien es el autor de uno de los primeros sistemas de control difuso, su modelo controlaba una turbina activada por una caldera de vapor. Las principales ventajas de este método son: uso intuitivo, amplia aceptación, apropiado para el uso con lenguajes naturales.

Definición II.30. (Método de Sugeno). El método Sugeno o método Takagi-Sugeno-Kang, es una forma simple de lograr inferencia difusas, fue propuesto en 1985 por Michio Sugeno. Las principales ventajas del método son su eficiencia al realizar los cálculos y la continuidad de sus soluciones. Resulta apropiado para: técnicas lineales, técnicas de adaptación, optimización y análisis matemáticos. Un ejemplo de regla difusa para inferencias tipo Sugeno es:

“Si (x es A) y (y es B) Entonces $z=K$ ”

Definición II.8. (Modus ponens). Es una forma de inferencia basada en el uso de tautologías como reglas. Se examina la premisa de la regla, y si es cierta, entonces se infiere la conclusión. Estas inferencias son de la forma: si a es cierto, entonces b , y además se sabe que a es cierto, luego se puede concluir que b es cierto. En forma simbólica

$$((a \Rightarrow b) \wedge a) \Rightarrow b$$

Definición II.9. (Modus tollens). Es una forma de inferencia basada en el uso de tautologías como reglas. Se examina la conclusión de la regla, y si es falsa, se concluye que la premisa también es falsa. Por ejemplo: se tiene la regla “si a es cierto, entonces

b es cierto”, y se sabe que b es falso, por la aplicación del *modus tollens*, se concluye que a también debe ser falso, conclusión que no se puede obtener aplicando el *modus ponens*, ya que no se conocen los valores de la premisa. En forma simbólica

$$\left((a \Rightarrow b) \wedge \bar{b} \right) \Rightarrow \bar{a}$$

Definición II.17. (Número difuso). Un número difuso es un subconjunto de valores reales pertenecientes en algún grado a un conjunto difuso, y caracteriza a una distribución de posibilidades en un universo de discurso. Un conjunto difuso, convexo y normalizado, definido en $\mathfrak{R}$, y con función de pertenencia continua, se denomina un número difuso o intervalo difuso. La distribución de posibilidades queda definida por la función de pertenencia utilizada. Algunas formas de distribución utilizadas para valores difusos son: triangular, trapezoidal, curvas π , campana generalizada, curvas de Gauss, curvas polinomiales.

Definición II.18. (Operaciones básicas de conjuntos difusos). La teoría original de los conjuntos difusos fue formulada a partir de tres operaciones básicas: complemento, unión, e intersección. Cuando el grado de pertenencia corresponde al intervalo cerrado entre 0 y 1, estas operaciones se definen así:

$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$	Complemento
$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$	Unión
$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$	Intersección

Definición II.32. (Precisar). Es el proceso de asignar un valor específico y representativo de una variable lingüística difusa. Existe varias formas de efectuar este proceso, siendo la más popular el método del *centroide* o centro de gravedad, otros de bastante aceptación son: el medio del máximo, el mayor del máximo, el menor del máximo, y el bisector.

Definición II.24. (Producto cartesiano). El producto cartesiano de dos conjuntos X y Y , denotado por $X \times Y$, es el conjunto de todos los pares ordenados tales que el primer elemento de cada par pertenece a X , y el segundo elemento pertenece a Y . Simbólicamente, el producto cartesiano se escribe

$$X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$$

El concepto de producto se puede generalizar a más de dos conjuntos, en cuyo caso lo importante es mantener el orden de los elementos involucrados.

Definición II.27. (Regla difusa). Es una estructura lógica de la “si x es A , entonces y es B ”, donde A y B son valores lingüísticos definidos por conjuntos difusos en sus rangos o universos de discurso X e Y , respectivamente. Siendo “ x es A ” la premisa o antecedente, e “ y es B ” el consecuente o conclusión. Interpretar una de estas reglas implica dos pasos distintos, lo primero es evaluar el antecedente (lo cual incluye hacer difusas las entradas “*fuzzifying*” y aplicar los operadores necesarios). Lo segundo es la implicación o aplicar el resultado del antecedente al consecuente, lo que en esencia es evaluar la función de pertenencia.

Definición II.6. (Regla de inferencia). Las reglas de inferencia, son tautologías que pueden ser utilizadas para hacer inferencias deductivas. Permiten dada una teoría deductiva llegar a la verdad de una proposición a partir de una o varias proposiciones tomadas como hipótesis.

Definición II.25. (Relación de conjuntos). Es la presencia o ausencia de asociación, interacción o interconexión entre elementos de dos o más conjuntos. Así, una relación difusa se define como el producto cartesiano de conjuntos no difusos $X_1, X_2, \dots, X_n$, donde cada grupo de elementos $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ puede tener distintos grados de pertenencia según la relación.

Definición II.23. (S-norma). Una S-norma o T-conorma, es un conjunto de condiciones mínimas que se exigen al definir funciones. Toda función f , que defina una unión para números difusos debe satisfacer lo siguiente:

- $(a,b)=f(b,a)$; es decir, la función debe ser conmutativa.
- $f(f(a,b),c)=f(a,f(b,c))$; es decir, la función debe ser asociativa.
- Si $a < b$ y $c < d$ entonces $f(a,c) \leq f(b,d)$; lo que implica que debe ser monótona.
- $f(0,0)=0$; $f(0,1)=f(1,0)=f(1,1)=1$

Definición II.7. (Silogismo). Palabra derivada del latín *Syllogismus*, y esta del griego *συλλογισμός*, es un razonamiento que contiene tres proposiciones (mayor, menor y conclusión), tal que la conclusión es deducida de la mayor por medio de la menor. Por ejemplo: todos los hombres son mortales (proposición mayor); todo los griegos son hombres (proposición menor); luego todos los griegos son mortales (conclusión). El ejemplo anterior (silogismo hipotético) se puede escribir así, “si a implica b , y b implica c , entonces a implica c ” o simbólicamente:

$$((a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow c)) \Rightarrow (a \Rightarrow c); \text{ donde } \Rightarrow \text{ es una implicación, y } \wedge \text{ una conjunción}$$

Definición II.13. (Soporte de un conjunto difuso). Se define como soporte de un conjunto difuso (“*support of a fuzzy set*”) A en el universo de discurso X , a un conjunto no difuso que contiene todos los elementos de X con grado de pertenencia diferente de cero en A , es decir,

$$supp A = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\}$$

Definición II.5.(Tautología). Cuando el valor de una fórmula lógica es siempre verdadero e independiente de los valores asignados sus variables se denomina una tautología.

Definición II.22. (T-norma). Una T-norma o norma triangular es un conjunto de condiciones mínimas que se exigen al definir funciones. Toda función f que defina una intersección para números difusos debe satisfacer lo siguiente:

- $f(a,b)=f(b,a)$; es decir, la función debe ser conmutativa.
- $f(f(a,b),c)=f(a,f(b,c))$; es decir, la función debe ser asociativa.
- Si $a < b$ y $c < d$ entonces $f(a,c) \leq f(b,d)$; lo que implica que debe ser monótona.
- $f(1,1)=1$; $f(0,1)=f(1,0)=f(0,0)=0$

Definición II.20. (Unión de conjuntos difusos). La unión de dos conjuntos difusos A y B es definida por una función que toma por argumento el grado de pertenencia de cada elemento x del conjunto universal X a los conjuntos A y B , y le calcula el grado de pertenencia a la unión de ambos. De manera general, esta función se escribe

$$\mu_{A \cup B}(x) = u[\mu_A(x), \mu_B(x)], \text{ siendo la función de la forma } u : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Definición II.2. (Universo de discurso). Es la colección, discreta o continua, de todos los posibles elementos de un determinado conjunto, generalmente se denota por la letra U .

...